

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
CDL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 16 SETTEMBRE 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme  $A$  delle coppie  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} -4 \leq y \leq 2 \\ 4x^2 + y^2 + 8x + 2y + 1 > 0 \\ x^2 + y^2 - 2x \geq 0. \end{cases}$$

- ii) Scrivete l'equazione delle rette orizzontali che non intersecano mai l'insieme  $A$ .

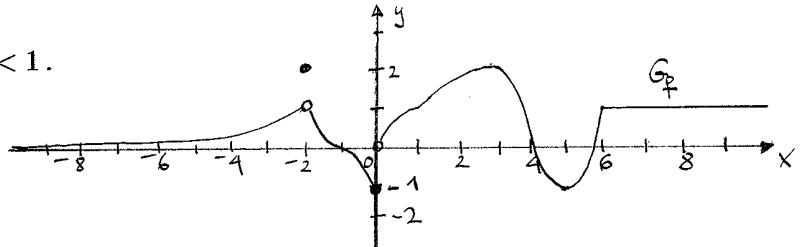
- 2) i) Rappresentate graficamente le parabole di equazioni  $y - x^2 + x = 0$  e  $y + x^2 - x = 0$ .  
ii) Rappresentate graficamente la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = x|x - 1|$ .  
iii) Determinate al variare di  $k \in \mathbb{R}$  il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .  
iv) Dite se  $f$  è iniettiva e/o suriettiva.  
v) Calcolate  $\sum_{n=1}^4 (-1)^n f\left(\frac{1}{n}\right)$ .

3) Sia  $f(x) = \log_2(x+1)$ .

- Rappresentate graficamente  $f$  nel suo insieme di definizione dopo aver determinato i punti del grafico di  $f$  relativi alle ascisse  $x = -\frac{1}{2}, x = 0, x = 1, x = 3, x = 7$ .
  - Siano  $P = (1, f(1))$  e  $Q = (7, f(7))$ . Determinate l'equazione della retta  $r$  passante per  $P$  e  $Q$ .
  - Verificate che  $F(x) = (x+1)\log_2(x+1) - \frac{x}{\log 2}$  è una primitiva di  $f$  sull'insieme di definizione di  $f$ .
  - Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$  e dalla retta  $r$ .
  - Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $g(x) = x^4 - 1$ . Rappresentate graficamente  $g$  e determinate l'immagine di  $g$ . Determinate la funzione composta  $f \circ g$  nel suo insieme di definizione.
- 

4) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura.

- Determinate gli intervalli di monotonia di  $f$ .
  - Calcolate  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
  - Determine, se esistono, il minimo e/o il massimo (risp. i punti di minimo e/o di massimo) di  $f$  su  $\mathbb{R}$ .
  - Verificate che  $\frac{1}{2} < \int_0^1 f(x) dx < 1$ .
- 



5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{x^2(x-1)}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- Determine l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(2, \frac{1}{4})$ .
- 

6) Rappresentate graficamente una funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua e derivabile, soddisfacente le seguenti proprietà:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2; \quad f(0) = -1; \quad f'(x) > 0 \text{ su } ]0, +\infty[; \quad \int_{-2}^1 f(x) dx < 0.$$


---

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
CdL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 16 SETTEMBRE 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme  $A$  delle coppie  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} -3 \leq x < 4 \\ 4x^2 + y^2 + 8x + 2y + 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 2x > 0. \end{cases}$$

- ii) Scrivete l'equazione delle rette verticali che non intersecano mai l'insieme  $A$ .

- 2) i) Rappresentate graficamente le parabole di equazioni  $y - x^2 + 2x = 0$  e  $y + x^2 - 2x = 0$ .  
ii) Rappresentate graficamente la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = x|x - 2|$ .  
iii) Determinate al variare di  $k \in \mathbb{R}$  il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .  
iv) Dite se  $f$  è iniettiva e/o suriettiva.

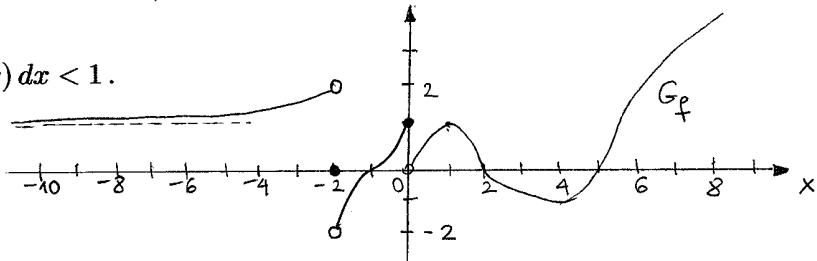
v) Calcolate  $\sum_{n=1}^4 (-1)^n f\left(\frac{1}{n}\right)$ .

3) Sia  $f(x) = \log_3(x+1)$ .

- Rappresentate graficamente  $f$  nel suo insieme di definizione dopo aver determinato i punti del grafico di  $f$  relativi alle ascisse  $x = -\frac{2}{3}, x = 0, x = 2, x = 8$ .
  - Siano  $P = (0, f(0))$  e  $Q = (8, f(8))$ . Determinate l'equazione della retta  $r$  passante per  $P$  e  $Q$ .
  - Verificate che  $F(x) = (x+1)\log_3(x+1) - \frac{x}{\log 3}$  è una primitiva di  $f$  sull'insieme di definizione di  $f$ .
  - Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$  e dalla retta  $r$ .
  - Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $g(x) = x^4 - 1$ . Rappresentate graficamente  $g$  e determinate l'immagine di  $g$ . Determinate la funzione composta  $f \circ g$  nel suo insieme di definizione.
- 

4) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura.

- Determinate gli intervalli di monotonia di  $f$ .
  - Calcolate  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
  - Determinate, se esistono, il minimo e/o il massimo (risp. i punti di minimo e/o di massimo) di  $f$  su  $\mathbb{R}$ .
  - Verificate che  $\frac{1}{2} < \int_0^1 f(x) dx < 1$ .
- 



5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{x^2(1-x)}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- Determine l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(2, -\frac{1}{4})$ .
- 

6) Rappresentate graficamente una funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua e derivabile, soddisfacente le seguenti proprietà:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1; \quad f(0) = -2; \quad f'(x) > 0 \text{ su } ]0, +\infty[; \quad \int_{-2}^1 f(x) dx > 0.$$


---