COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA ⎿⎿⎿⎿⎿⎿⏌

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 25 OTTOBRE - 29 OTTOBRE 2010

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

---

1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} -2x-1 & \text{se } x < -\dfrac{1}{2} \\ 8x^3+1 & \text{se } -\dfrac{1}{2} \le x < 0 \\ (x-1)^2 & \text{se } x \ge 0\,; \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \le -2 \\ -x^2+2 & \text{se } -2 < x < 1 \\ 2 - \dfrac{1}{x^4} & \text{se } x \ge 1\,. \end{cases}$$

ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

iii) Rappresentate graficamente le funzioni $x \mapsto -f(x) + 1$ e $x \mapsto \dfrac{1}{2} g(x-1)$.

iv) Determinate $f(]-1, 1[)$ e l'insieme $\{x \in \mathbb{R} : g(x) \ge 0\}$.

---

2) i) Determinate l'insieme di definizione della funzione $f(x) = \sqrt[3]{x-1} - 1$.

Rappresentate graficamente f mettendo in evidenza sul grafico le coppie $(k, f(k))$ con $k \in \{-7, 0, 1, 2, 9\}$.

ii) Determinate l'insieme di definizione della funzione $g(x) = -\sqrt{x+1}$.

Rappresentate graficamente g mettendo in evidenza sul grafico le coppie $(k, g(k))$ con $k \in \{-1, 0, 3, 8, 15\}$.

iii) Determinate, se esistono, il minimo e/o il massimo (risp. i punti di minimo e/o i punti di massimo) di tali funzioni su $[0, 1]$.

---

3) Siano $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \frac{2}{(x+1)^2}\,; \qquad g(x) = x^2 + 2x\,.$$

i) Rappresentate graficamente f e g. Determinate la loro immagine.

ii) Calcolate, se possibile, i valori $(f+g)(1)\,, (fg)(0)\,, \left(\dfrac{g}{f}\right)(-2)\,, \left(\dfrac{f}{g}\right)(-2)$.

iii) Determinate l'insieme di definizione della funzione composta $g \circ f$ e l'insieme di definizione della funzione composta $f \circ g$. Scrivete poi, dove esistono, l' espressione della funzione $g \circ f$ e l'espressione della funzione $f \circ g$.

---

4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x-1} + 1 & \text{se } x < 0 \\ \sqrt{x+1} + 1 & \text{se } x \geq 0 \,. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f mettendo in evidenza sul grafico le coppie $(k, f(k))$ con $k \in \{-3, -2, -1, 0, 3, 8\}$.

ii) Determinate l'immagine di f.

iii) Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : f(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$.

---

5) Siano $f : [-1, +\infty[\to [-1, +\infty[$ e $g : [-1, 4] \to [-1, 2]$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 & \text{se } x > 0 \,; \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} -2x^2 - 4x & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ -\dfrac{1}{4}x & \text{se } 0 \leq x \leq 4 \,. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f e g e le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1}.

ii) Determinate, se esistono, il minimo e/o il massimo (risp. i punti di minimo e/o i punti di massimo) di g su $[-1, 4]$.

iii) Determinate, se esistono, il minimo e/o il massimo (risp. i punti di minimo e/o i punti di massimo) di g^{-1} su $[-1, 2]$.