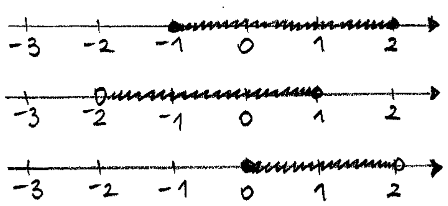
Università degli Studi di Trento – Facoltà di Scienze Cognitive
CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva
CdL in Interfacce e Tecnologie della Comunicazione
CdL in Filosofia
Corso di ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)
a.a. 2010/11 — Rovereto, 27 settembre – 1 ottobre 2010.

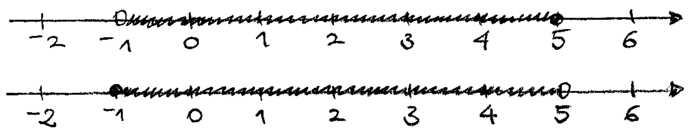
1) $A = [-1,2]$, $B =]-2,1]$ $C = [0,2[$



$\underline{\underline{(A\cap B)\cup C = [-1,2[}}$.

2) $A = \{x\in \mathbb{R} : -6 < 3x-3 \leq 12\} = \underline{\underline{]-1,5]}}$;
$B = [-1,5[$.

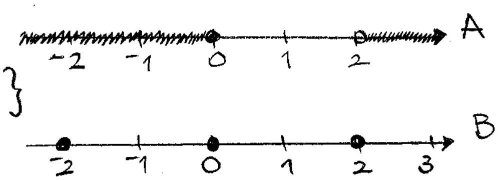
a)



b) $\underline{\underline{A\cap B =]-1,5[}}$ $\underline{\underline{A\cup B = [-1,5]}}$
$\underline{\underline{B\setminus A = \{-1\}}}$ $\underline{\underline{\mathbb{R}\setminus A =]-\infty,-1]\cup]5,+\infty[}}$.

Poiché $A\cap B \neq \emptyset$, gli insiemi A e B non sono disgiunti.

3) i) $A = \mathbb{R}\setminus]0,2]$
$B = \{x\in\mathbb{R} : x^2(x^2-4)=0\} = \{-2,0,2\}$



$A\cap B = \{0\}$ (F) poiché $-2 \in A\cap B$;
$A\cup B = A$ (F) poiché $2\in A\cup B$, e $2\notin A$;
$A\setminus B = A\setminus\{-2\}$ (F) poiché $A\setminus B =]-\infty,-2[\cup]-2,0[\cup]2,+\infty[$
e $A\setminus\{-2\} =]-\infty,-2[\cup]-2,0]\cup]2,+\infty[$;
$0\in A$ (V) ;
$-2\subseteq B$ (F) è scorretta la scrittura (si deve scrivere $\{-2\}\subseteq B$ oppure $-2\in B$) ;

$\{-2,0\} \subset B$ (V) poichè ogni elemento di $\{-2,0\}$ è anche un elemento di B;

$2 \in B$ (V)

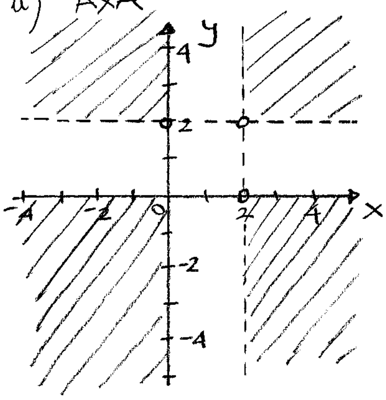
$]2,4[\in \mathcal{P}(A)$ (V) poichè $]2,4[$ è un sottoinsieme di A e $\mathcal{P}(A)$ ha tutti i sottoinsiemi di A come elementi;

$\{\{-3\}, A\} \subset \mathcal{P}(A)$ (V) poichè $\{-3\} \in \mathcal{P}(A)$ e $A \in \mathcal{P}(A)$;

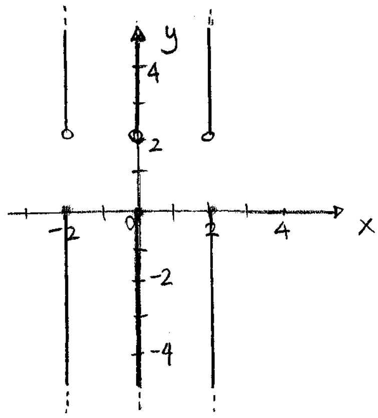
$]0,1] \subseteq \mathbb{R} \setminus A$ (V) (basta vedere la rappresentazione di A);

$B \setminus A = \{2\}$ (V) poichè $-2 \in A$ e $0 \in A$, mentre $2 \in B$, ma $2 \notin A$. □

ii) $A \times A$

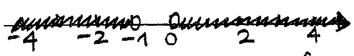


$B \times A$

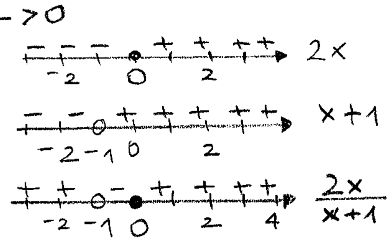


■

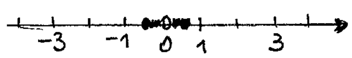
4) i) $A = \left\{x \in \mathbb{R} : \dfrac{3x+x^2}{x+1} > x\right\} = \underline{\underline{]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[}}$;



$$\frac{3x+x^2}{x+1} - x > 0 \iff \frac{3x-x}{x+1} > 0 \iff \frac{2x}{x+1} > 0$$



$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \dfrac{1}{x^2} - 4 \geq 0\right\} = \underline{\underline{\left[-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right] \setminus \{0\}}}$.



$$\frac{1}{x^2} - 4 \geq 0 \iff \frac{1-4x^2}{x^2} \geq 0 \iff$$

$$x \in \left[-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right] \setminus \{0\}$$

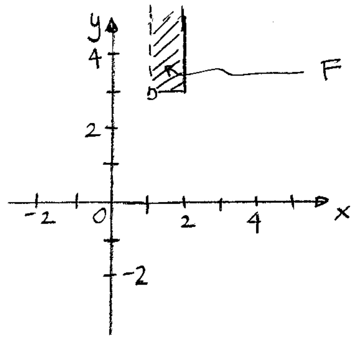
Osserviamo che né A, né B sono un intervallo (l'unione di due intervalli disgiunti non è un intervallo!). □

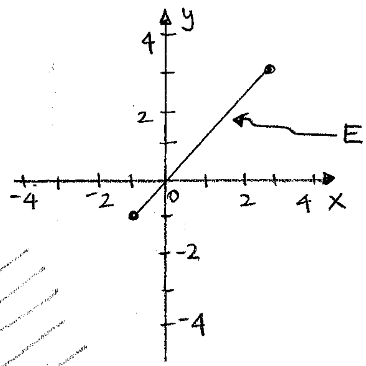
ii) $A \cup B = \underline{\underline{]-\infty,-1[\cup \left[-\tfrac{1}{2},+\infty\right[\setminus \{0\}}}$. Non è un intervallo!

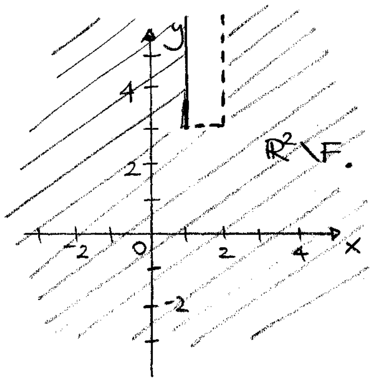
$A \setminus B = \underline{\underline{]-\infty,-1[\cup \left]\tfrac{1}{2},+\infty\right[}}$ ■

5) i) $E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y=x,\ -1\leq y\leq 3\}$

$F=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 1<x\leq 2,\ y\geq 3\}$







□

ii) $(1,1)\in E$ (V)

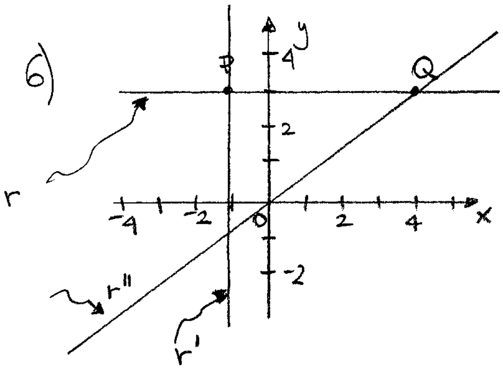
$(0,4)\in F$ (F) poichè $x=0$ non soddisfa $1<x\leq 2$!

$(1,4)\in E\cup F$ (F) poichè $(1,4)\notin E$ e $(1,4)\notin F$.

$(0,0)\in\mathbb{R}^2\setminus E$ (F) poichè $(0,0)\in E$.

■

6)



i) r ha l'eq. $y=3$;

ii) r' ha l'eq. $x=-1$;

iii) L'eq. delle rette parallele alla retta r' sono $x=k$ con $k\in\mathbb{R}$.

iv) L'eq. della retta r'' passante per Q e $O=(0,0)$ è data da $\underline{\underline{y=\frac{3}{4}x}}$.

■