COGNOME ______________________	NON SCRIVERE QUI	
NOME ______________________		
MATRICOLA	1 2 3 4 5 6	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE E CdL IN FILOSOFIA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 15 NOVEMBRE - 19 NOVEMBRE 2010

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni:

$$x^2 \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{2} + x \log \frac{1}{e^2} = \log_3 1\,; \qquad \frac{3^{x^2} \cdot 3}{3^{2|x|}} = 1\,; \qquad 5^x \Big(\frac{1}{5}\Big)^{|x+1|} = 125^{-1}\,.$$

2) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$\Big(\frac{1}{3}\Big)^{x^3-x} > 1\,; \qquad 2^{-x} \cdot 2^{-x^2+4} < 4^x\,; \qquad 3^{2x-x^2} - \Big(\frac{1}{3}\Big)^{-x} > 0\,; \qquad \log|x| \le 0\,;$$

$$\log_{\frac{1}{4}}(|x+1|+1) > -1\,; \qquad \log_2(x^2-4) < 5\,; \qquad \log(x^2+x) \le -\log\big(\tfrac{1}{2|x|}\big)\,.$$

3) Rappresentate graficamente, nei loro insiemi di definizione, le seguenti funzioni:

$$\big|\big(\tfrac{1}{2}\big)^x - 1\big|\,; \qquad |\log_2(x-2) - 2|\,; \qquad |\log_{\frac{1}{4}} x + 1|\,; \qquad |4 - 2^{|x|}|\,.$$

4) i) Rappresentate graficamente la funzione $f :]-2, +\infty[\to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(x+2) & \text{se } -2 < x < -1 \\ |x-1| & \text{se } -1 \le x \le 2 \\ 2^x - 3 & \text{se } x > 2\,. \end{cases}$$

ii) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-1, 1]$? E su $[-\frac{3}{2}, 1]$? Determinate, se esistono, il massimo (p.ti di massimo) e il minimo (p.ti di minimo) di f su $[-1, 1]$ (rispettivamente su $[-\frac{3}{2}, 1]$).

iii) f soddisfa le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri su $[-\frac{3}{2}, 1]$?

iv) Calcolate $\lim_{x \to -1^-} f(x)$ e $\lim_{x \to -1^+} f(x)$.

5) Provate che l'equazione $x^4 = 3x + 1$ ha una soluzione $x_0 \in [-1, 0]$. Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a}, \tilde{b}[\subset]-1, 0[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \le \frac{1}{4}$.

6) Deducete dal grafico di $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

i) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-1^-} f(x)$, $\lim_{x\to-1^+} f(x)$, $\lim_{x\to2^-} f(x)$, $\lim_{x\to2^+} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ii) il segno di f e rappresentatelo sulla retta reale;

iii) i punti di discontinuità di f ;

iv) l'eventuale massimo e minimo di f su $[-2,-1]$ (risp. su $[-2,2]$). Dite se f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass nell'intervallo $[3,4]$.