COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	
MATRICOLA	1 2 3 4 5 6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE E CDL IN FILOSOFIA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 22 NOVEMBRE - 26 NOVEMBRE 2010

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x\to 2^-}(x^2-3)\,;\qquad \lim_{x\to 4^+}(2\sqrt{x}+\log_{\frac14}x)\,;\qquad \lim_{x\to 1^-}\dfrac{x^2-1}{x}\,;\qquad \lim_{x\to 1^-}\dfrac{1}{x^3-1}\,;$

b) $\lim_{x\to 1^+}\dfrac{1}{x^3-1}\,;\qquad \lim_{x\to -1^-}\dfrac{1}{x^4-1}\,;\qquad \lim_{x\to -1^+}\dfrac{1}{x^4-1}\,;\qquad \lim_{x\to 0^+}\dfrac{\left(\frac12\right)^x+x^2}{x}\,;$

c) $\lim_{x\to 0^+}\dfrac{1-3^{x+1}}{x}\,;\qquad \lim_{x\to 1}\dfrac{1}{(x-1)^4}\,;\qquad \lim_{x\to +\infty}\dfrac{3x^2-1}{2-4x^2}\,;\qquad \lim_{x\to -\infty}\dfrac{1-x^3}{2x^3}\,;$

d) $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{x^{-3}+3}{2^{-x}+2}\,;\qquad \lim_{x\to +\infty}\dfrac{4}{1-3^x}\,;\qquad \lim_{x\to -\infty}\dfrac{1-x^4}{2x^3}\,;\qquad \lim_{x\to -\infty}\dfrac{1+4x^2}{3x^3}\,.$

2) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{(x+1)^2} & \text{se } x<-1\\ 3 & \text{se } x=-1\\ -\log_{\frac12}(x+3) & \text{se } x>-1\,.\end{cases}$$

i) Calcolate

$\lim_{x\to -\infty}f(x)\,,\quad \lim_{x\to -1^-}f(x)\,,\quad \lim_{x\to -1^+}f(x)\,,\quad \lim_{x\to +\infty}f(x)\,.$

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione f.

iii) Studiate la continuità della funzione f.

iv) Determinate gli eventuali asintoti verticali e/o orizzontali di f.

3) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\lim_{x\to -\infty}\dfrac{x-2^{|x|}}{|x|}\,;\qquad \lim_{x\to +\infty}\dfrac{5^x+x^2}{x^2+e^x}\,;\qquad \lim_{x\to 0^+}\dfrac{e^{2x}-1}{x}\,;\qquad \lim_{x\to 0^-}\dfrac{e^{2x}-1}{x}\,;$

ii) $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{2^x-|x|}{\log_3 x+3\cdot 2^x}\,;\qquad \lim_{x\to +\infty}\dfrac{\log(1+x^7)}{x^2}\,;\qquad \lim_{x\to 0}\dfrac{\log(1+x^2)}{2x^2}\,;\qquad \lim_{x\to +\infty}\dfrac{x^5}{5^x+x^5}\,.$

4) Determinate gli eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) della seguente funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(x-3)^2} - 1 & \text{se } x \leq 2 \\ \dfrac{4x^2+1}{x-2} & \text{se } x > 2\,. \end{cases}$$

5) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

a) $f(x) = \sqrt{x}$ nel punto $(4, 2)$;

b) $g(x) = \dfrac{1}{x}$ nel punto $(-1, -1)$;

c) $h(x) = \log x$ nel punto $(e, 1)$.

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f, g ed h e le rette tangenti (nello stesso sistema riferimento) determinate precedentemente.

6) Deducete dal grafico di f (vedi figura sotto)

i) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-1^-} f(x)$; $\lim_{x\to-1^+} f(x)$; $\lim_{x\to2^-} f(x)$; $\lim_{x\to2^+} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$;

ii) i punti di discontinuità della f;

iii) il segno della funzione f e rappresentatelo sulla retta reale;

iv) gli eventuali asintoti di f;

v) il segno della derivata f' dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale.