| | | |
|---|---|---|
| COGNOME ____________ | NON SCRIVERE QUI | |
| NOME ____________ | 1 \| 2 \| 3 \| 4 \| 5 | |
| MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋ | | |

# UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

## CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE E CDL IN FILOSOFIA

## VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

## A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 29 NOVEMBRE - 3 DICEMBRE 2010

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

i) $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$ nel punto $(0,1)$;

ii) $g(x) = \sqrt{x}$ nel punto $(4,2)$;

iii) $h(x) = |x^2 + 2x|$ nel punto $(-3,3)$.

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f$, $g$ ed $h$ e le rette tangenti (nello stesso sistema riferimento) determinate precedentemente.

2) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \le 0 \\ 2x & \text{se } 0 < x \le 1 \\ \dfrac{1}{x} + 1 & \text{se } x > 1 . \end{cases}$$

i) Verificate che $f$ è continua in $x = 0$ e in $x = 1$.

ii) Calcolate $\displaystyle\lim_{h \to 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\displaystyle\lim_{h \to 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se $f$ è derivabile in $x_0 = 0$.

iii) Calcolate $\displaystyle\lim_{h \to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ e $\displaystyle\lim_{h \to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$. Dite se $f$ è derivabile in $x_1 = 1$.

iv) Determinate il segno della derivata $f'$ (dove esiste) e rappresentatela sulla retta reale.

3) i) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

a) $3x^4 - x^{-3}$; $\quad \dfrac{x + x^2}{x^3}$; $\quad \dfrac{x^{-2}}{4 - x^2}$; $\quad \dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} - 1}$;

b) $(e^{-x} + x^2) \log_3 x$; $\quad (x^{-\frac{1}{3}} + 4^x)(\log x - x)$.

ii) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

$(3x + e^{2x})^{-1}$; $\quad 2^{x^2+1}$; $\quad \log(4x + 3x^2)$.

4) Sia $f : [-5,5] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Calcolate $\lim_{x\to -1^-} f(x)$, $\lim_{x\to -1^+} f(x)$, $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ e $\lim_{x\to 1^+} f(x)$.

ii) Determinate i punti di massimo e/o i punti di minimo locali di $f$ su $\mathbb{R}$.

iii) Determinate i punti del grafico di $f$ in cui la retta tangente al grafico risulta essere orizzontale.

5) Delle seguenti funzioni

$$4x^2 - 2x^4\,; \qquad \frac{x^2}{4+x}\,; \qquad \frac{2x^2+1}{x^2+2}\,; \qquad (1-x^2)^3\,; \qquad \log\left(\frac{x}{x-1}\right); \qquad \frac{x^2}{e^x}$$

i) determinate l'insieme di definizione;

ii) determinate il segno;

iii) studiate il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti);

iv) studiate la continuità;

v) calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata);

vi) studiate (eventualmente) la convessità o concavità;

vii) tracciate un grafico qualitativo.