

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE E CdL IN FILOSOFIA
VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA
A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 6 DICEMBRE - 10 DICEMBRE 2010

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Delle seguenti funzioni

$$(x^2 + 2x)e^{-x}; \quad \frac{1}{1 - 4x^2}; \quad \log(1 + e^x); \quad \log\left(\frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}\right)$$

- i) determinate l'insieme di definizione;
- ii) determinate il segno;
- iii) studiate il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti);
- iv) studiate la continuità;
- v) calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata);
- vi) studiate (eventualmente) la convessità o concavità;
- vii) tracciate un grafico qualitativo.

2) i) Usate il simbolo di sommatoria per scrivere le seguenti somme:

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{2} + \frac{2}{5} - \frac{3}{4} + \cdots + \frac{2}{17} - \frac{3}{16};$$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \cdots + \frac{128}{2187}; \quad -1 + x - x^2 + \cdots - x^{100}.$$

ii) Calcolate

a) $\sum_{j=1}^6 \text{area}(R_j)$, dove $R_j = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \frac{1}{j}; 0 \leq y \leq 2j\}$;

b) $\sum_{m=1}^5 \frac{m-1}{2m}; \quad \sum_{k=2}^{39} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right).$

3) Calcolate i seguenti integrali definiti interpretando gli integrali come aree:

$$\int_1^2 (2x+1) dx; \quad \int_{-3}^3 \left(-\frac{x}{3} + 1\right) dx; \quad \int_{-2}^3 |x-1| dx; \quad \int_{-1}^5 ||x-2|-1| dx; \quad \int_{-4}^2 dx.$$

4) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i) $\int_{-1}^1 (2e^x - x^2) dx$; $\int_0^1 (x + 2^x) dx$; $\int_2^4 (x^{-2} - \frac{1}{x}) dx$;
ii) $\int_1^2 (\sqrt[4]{x} - 3\sqrt{x}) dx$; $\int_1^e \frac{x^3 + 4x^4}{x^3} dx$; $\int_{-2}^{-1} (e^x - 1) dx$.

5) Sia $f : [-4, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

Dite, motivando la risposta, se $\int_{-4}^4 f(x) dx$ è positivo o negativo. E $\int_0^4 f(x) dx$?

6) Sia $f : [-1, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } -1 \leq x \leq 2 \\ -2x + 12 & \text{se } 2 < x \leq 4 \\ 4|x - 5| & \text{se } 4 < x \leq 6. \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f .

ii) Calcolate $\int_{-1}^6 f(x) dx$.

iii) Indicate nel grafico di f ciò che rappresenta l'integrale calcolato in ii).

