

COGNOME		NON SCRIVERE QUI					
NOME							
MATRICOLA		1	2	3	4	5	

**UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE**  
**CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE E CDL IN FILOSOFIA**  
**VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA**  
**A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 13 DICEMBRE - 15 DICEMBRE 2010**

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Studiate la funzione (insieme di definizione; segno; comportamento agli estremi del dominio; continuità; derivabilità; punti critici e monotonia; convessità/concavità) definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{e^x}$$

e tracciate un grafico qualitativo di  $f$ .

- ii) Determinate l'equazione della retta  $r$  tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(0, 1)$ .
- iii) Provate che  $F(x) = -e^{-x}(x^2 + 2x + 3)$  è una funzione primitiva di  $f$ .
- iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$ , dalla retta  $r$  e dalla retta di equazione  $x = 2$ .

- 2) Sia  $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura (vedi sotto).
- i) Sia  $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$  la funzione integrale di  $f$ . Determinate gli eventuali intervalli di monotonia di  $F$ .
  - ii) Rappresentate il segno della derivata, dove esiste, di  $f$ .
  - iii) Disegnate un grafico qualitativo della funzione  $F$  dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione  $F$ .
  - iv)  $F$  è pari?  $F$  è dispari?
  - v) Sia  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq f(x)\}$  e sia  $\text{area}(E) = 1$ . Determinate  $F(2)$ .

- 3) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i)  $\int_{-1}^0 (-3x + 1)^4 dx;$        $\int_0^1 [(e^x + 2)^4 e^x + \frac{1}{x-2}] dx;$        $\int_{-1}^0 \frac{x}{x^2 + 1} dx;$

$$\text{ii) } \int_1^2 \frac{x^3 + 2}{x} dx; \quad \int_0^1 3x^2 e^{x^3} dx; \quad \int_{-2}^2 |4 - x^2| dx.$$

4) Determinate l'area della regione piana  $E$  (e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano) specificata negli esercizi seguenti:

- i) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = -(x+1)^3$ , dalla retta di equazione  $y = x+1$  e dalla retta  $x = -2$ ;
- ii) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = x^4 - x^2$  e l'asse  $x$ ;
- iii) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = 2^x - 1$  e le rette  $y = 2x$  e  $x = 2$ ;
- iv) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = -\sqrt[3]{x}$  e la retta  $y = -x$ ;
- v) delimitata dai grafici delle funzioni  $f(x) = x^2 - x^4$  e  $g(x) = |x| - 1$ .
- vi) delimitata dai grafici delle funzioni  $f(x) = \frac{1}{x}$  e dalle rette  $x = 2$  e  $y = 3$ .

5) Determinate l'area della regione piana  $E$  (e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano) specificata negli esercizi seguenti:

- i) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = x^2 + 2x$  e dalla retta  $y = 3$ ;
- ii) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = |x^2 + 2x|$  e dalla retta  $y = 3$ .

