

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

CDL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 16 LUGLIO 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete in matematiche la seguente proposizione: "Mario Rossi è iscritto alla Facoltà di Scienze Cognitive e ha superato l'esame di Analisi Matematica". Scrivete in italiano corrente la negazione di questa proposizione.

- ii) a) Determinate gli insiemi

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x^3 - x} < 0 \right\} \quad B = \left\{ x \in \mathbb{R} : |x - 1| \leq 6 \right\},$$

e rappresentateli sulla retta reale.

- b) Determinate gli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e dite se sono degli intervalli di \mathbb{R} . Sono insiemi limitati?

- c) Rappresentate graficamente l'insieme $A \times B$.

- 2) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$3^{x^2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} - 1 \geq 0; \quad \log(x-1) + \log(2x+1) \leq \frac{1}{2} \log 4.$$

- ii) Usando l'interpretazione geometrica dell'integrale calcolate

$$\int_{-3}^5 ||x - 1| - 2| dx; \quad \int_{-2}^2 f(x) dx, \text{ dove } f(x) = \begin{cases} x^4 e^{x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ -x^4 e^{x^2} & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

- iii) Determinate (anche solo graficamente) i punti di intersezione del sistema di equazioni

$$\begin{cases} x^2 + 2x + y^2 - 4y + 4 = 0 \\ y = |x + 1| + 1. \end{cases}$$

Determinate le equazioni delle rette passanti per questi punti presi due a due.

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty[$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{|x|} & \text{se } x < -1 \\ -2x & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ e^x - 1 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente f nel piano cartesiano.
 - ii) Determinate i massimi locali (risp. i punti di massimo locale) e i minimi locali (risp. i punti di massimo locale) della funzione f sull'intervallo $]-\infty, 1]$.
 - iii) Determinate $f(\mathbb{R})$; dite se f è suriettiva (motivando la risposta).
 - iv) Calcolate $\int_{-3}^2 f(x) dx$.
-

4) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(-3, 0)$. Rappresentatele graficamente nello stesso sistema di riferimento della f .
 - iii) Provate che $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - 3 \log x$ è una primitiva di f nell'intervallo $[1, 4]$.
 - iv) Determinate l'area della regione piana E delimitata dal grafico di f , dalle rette di equazioni $x = 1$ e $x = 4$ e dall'asse delle ascisse.
-

5) Sia $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando le risposte; trovando eventualmente un controesempio, anche solo grafico):

- a) se $f(-1) \cdot f(2) < 0$, allora $f(x_0) = 0$ per qualche $x_0 \in [-1, 2]$;
 - b) se $\int_2^3 f(x) dx > 0$, allora $f(x) > 0$ per ogni $x \in [2, 3]$.
-

6) (Esercizio relax) Determinate quanti numeri a 6 cifre potete formare con 3, 5, 5, 6, 7 e 8?

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

CDL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 16 LUGLIO 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) Sia $f : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando le risposte; trovando eventualmente un contropesempio, anche solo grafico):
- se $f(-1) \cdot f(2) < 0$, allora $f(x_0) = 0$ per qualche $x_0 \in [-1, 2]$;
 - se $\int_2^3 f(x) dx < 0$, allora $f(x) < 0$ per ogni $x \in [2, 3]$.

- 2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty[$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ -2x & \text{se } -1 < x < 0 \\ 3^x - 1 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

- Rappresentate graficamente f nel piano cartesiano.
- Determinate i massimi locali (risp. i punti di massimo locale) e i minimi locali (risp. i punti di minimo locale) della funzione f sull'intervallo $]-\infty, 1]$.
- Determine $f(\mathbb{R})$; dite se f è suriettiva (motivando la risposta).
- Calcolate $\int_{-3}^2 f(x) dx$.

- 3) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$3^{x^2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} - 1 \leq 0; \quad \log(x-1) + \log(2x+1) > \frac{1}{2} \log 4.$$

- ii) Usando l'interpretazione geometrica dell'integrale calcolate

$$\int_{-4}^5 ||x+1| - 3| dx; \quad \int_{-2}^2 f(x) dx, \text{ dove } f(x) = \begin{cases} x^2 e^{x^4} & \text{se } x \leq 0 \\ -x^2 e^{x^4} & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

- iii) Determinate (anche solo graficamente) i punti di intersezione del sistema di equazioni

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 + 4y + 4 = 0 \\ y = |x-1| - 3. \end{cases}$$

Determinate le equazioni delle rette passanti per questi punti presi due a due.

- 4) i) Scrivete in matematiche la seguente proposizione: "Mario Rossi è iscritto alla Facoltà di Scienze Cognitive e non ha superato l'esame di Psicologia Generale". Scrivete in italiano corrente la negazione di questa proposizione.

- ii) a) Determinate gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x^3 - x} > 0\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : |x-1||x| > 6\},$$

e rappresentateli sulla retta reale.

- b) Determinate gli insiemi $A \cup B, A \cap B$ e dite se sono degli intervalli di \mathbb{R} . Sono insiemi limitati?

- c) Rappresentate graficamente l'insieme $A \times B$.
-

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(3, 0)$. Rappresentate graficamente nello stesso sistema di riferimento della f .

- iii) Provate che $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x - 3 \log x$ è una primitiva di f nell'intervallo $[4, 6]$.

- iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalle rette di equazioni $x = 4$ e $x = 6$ e dall'asse delle ascisse.
-

- 6) (Esercizio relax) Determinate quanti numeri a 5 cifre potete formare con 2, 2, 5, 7 e 8?
-