

COGNOME \_\_\_\_\_  
 NOME \_\_\_\_\_  
 MATRICOLA 

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 21 - 25 NOVEMBRE 2011

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 - 1); & \lim_{x \rightarrow 8^-} (2\sqrt[3]{x} + \log_2 x); & \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 14}{x}; & \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x^4 - 1}; \\
 \text{b)} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x^4 - 1}; & \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x^3 + 1}; & \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x^3 + 1}; & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2^x + x}{x}; \\
 \text{c)} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - 2^{x+1}}{x}; & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - 2^{x+1}}{x^2}; & \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x-1)^3}; & \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-1)^3}; \\
 \text{d)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{-2} + 4}{3^{-x} + 2}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x}{1 - 3^x}; & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x^4}{2x^3}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x} + 1}{1 + x}.
 \end{array}$$

2) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{(x+1)^2} & \text{se } x \leq -2 \\ -2|x+1| + 1 & \text{se } -2 < x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \log_2(x-1) & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

i) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione  $f$ .

iii) Studiate la continuità della funzione  $f$ .

iv) Determinate gli eventuali asintoti verticali e/o orizzontali di  $f$ .

3) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\begin{array}{llll}
 \text{i)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2^x}{|x|}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + x^3}{x^2 + e^x}; & \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{3x} - 1}{2x}; & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{2x} - 1}{3x};
 \end{array}$$

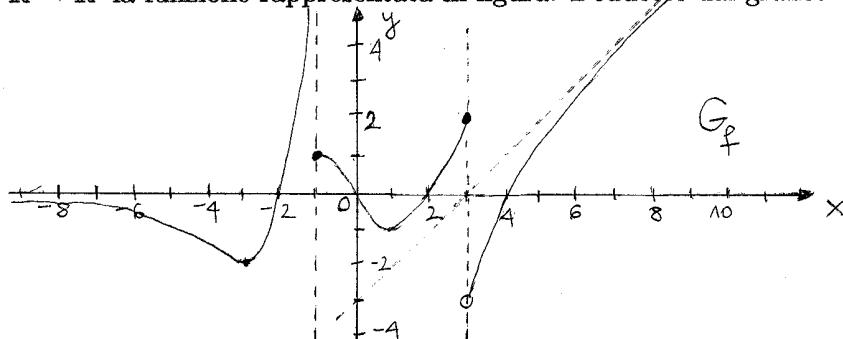
$$\text{ii) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5^x - x}{\log_3 x - 3 \cdot 5^x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1 + x^{100})}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 3x)}{2x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5}{5^{-x} + x^5}.$$

4) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

- a)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  nel punto  $(1, 1)$ ;
- b)  $g(x) = \frac{1}{x^2}$  nel punto  $(-1, 1)$ ;
- c)  $h(x) = \log x$  nel punto  $(e, 1)$ .

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni  $f$ ,  $g$  ed  $h$  e le rette tangenti (nello stesso sistema riferimento) determinate precedentemente.

5) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura. Deducete dal grafico di  $f$



- i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ;
- ii) i punti di discontinuità della  $f$ ;
- iii) il segno della funzione  $f$  e rappresentatelo sulla retta reale;
- iv) gli eventuali asintoti di  $f$ ;
- v) il segno della derivata  $f'$ , dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale.

6) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

$$\text{a) } 4x^3 - x^{-2}; \quad \frac{1+x^3}{x}; \quad \frac{e^x + 1}{4-x^2}; \quad 2\sqrt{x} + \log x;$$

$$\text{b) } 2^x(\sqrt[3]{x} + x); \quad (x^2 + 1)(\log_3 x + x); \quad \frac{x^2 + 3x}{e^x + 1}; \quad \left(x^{-1} + \frac{1}{e^x}\right) \log x.$$