COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI	
NOME ______________	1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6	
MATRICOLA ⌊ ⌋		

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 5 - 9 DICEMBRE 2011

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) i) Usate il simbolo di sommatoria per scrivere le seguenti somme:

$$\frac{2}{2^x} - \frac{3}{4^x} + \frac{4}{8^x} - \cdots + \frac{10}{512^x}\,;$$

$$2 + \frac{4}{3} + \frac{6}{5} + + \cdots + \frac{30}{29}\,; \qquad \frac{1}{3}x - \frac{2}{6}x^2 + \frac{4}{9}x^3 - \cdots - \frac{128}{24}x^8\,.$$

ii) Calcolate

a) $\displaystyle\sum_{j=1}^{5} \text{perimetro}\,(R_j)$ e $\displaystyle\sum_{j=1}^{5} \text{area}\,(R_j)$, dove R_j sono i rettangoli dati da

$$R_j = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le j^2\,; -\frac{j^2}{4} \le y \le \frac{j^2}{2}\}\,;$$

b) $\displaystyle\sum_{n=3}^{8} f((-1)^n n)$, dove $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{se } x \le 0 \\ 3x & \text{se } x > 0\,; \end{cases}$

c) $\displaystyle\sum_{m=1}^{5} (-1)^m \frac{m+1}{2m}\,;$ $\qquad \displaystyle\sum_{k=2}^{39} \Big(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2}\Big)\,.$

---

2) Calcolate i seguenti integrali definiti interpretando gli integrali come aree:

$$\int_0^2 (-x+3)\,dx\,; \quad \int_{-1}^{1} (-2|x|+3)\,dx\,; \quad \int_{-1}^{3} \Big(\frac{x}{2}+1\Big)\,dx\,; \quad \int_{-2}^{4} |1-|x||\,dx\,; \quad \int_{-4}^{2} (-2)\,dx\,.$$

---

3) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i) $\displaystyle\int_{-1}^{0} (2^x - 1)\,dx\,;$ $\qquad \displaystyle\int_1^2 \Big(x^{-3} + \frac{1}{x}\Big)\,dx\,;$ $\qquad \displaystyle\int_0^1 \frac{x^2-1}{x+1}\,dx\,;$

ii) $\displaystyle\int_1^2 (\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x})\,dx\,;$ $\qquad \displaystyle\int_1^2 \frac{x^3 - x^4}{x^2}\,dx\,;$ $\qquad \displaystyle\int_{-2}^{-1} \Big(e^x + \frac{1}{x}\Big)\,dx\,.$

---

4) a) Provate che la funzione $F(x) = (x^2 - x + 1)e^x + 8$ è una primitiva di $f(x) = (x^2 + x)e^x$ su $\mathbb{R}$. Calcolate $\displaystyle\int_{-4}^{2} f(x)\,dx$.

b) Calcolate l'area della regione piana delimitata

i) dal grafico di $f(x) = x^2$ e dal grafico di $g(x) = \sqrt[3]{x}$;

ii) dal grafico di $f(x) = \dfrac{1}{x}$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto $(2, \frac{1}{2})$ e dalla retta di equazione $x = 4$.

---

5) Sia $f : [-1, 4] \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 & \text{se } -1 \le x \le 0 \\ -2|x-1| + 2 & \text{se } 0 < x \le 2 \\ \dfrac{1}{x} & \text{se } 2 < x \le 4 . \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f.

ii) Calcolate $\displaystyle\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$.

iii) Indicate nel grafico di f ciò che rappresenta l'integrale calcolato in ii).

iv) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-1, 4]$? Determinate gli eventuali i punti di massimo locale e i punti di minimo locale di f.

---

6) Delle seguenti funzioni

$$\frac{1}{x^2 e^x}\,; \qquad \frac{1}{x^2 - x}\,; \qquad \log\left(1 + \frac{1}{x^2}\right); \qquad (x^2 + x)^3$$

i) determinate l'insieme di definizione;

ii) determinate il segno;

iii) studiate il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti);

iv) studiate la continuità;

v) calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata);

vi) studiate (eventualmente) la convessità o concavità;

vii) tracciate un grafico qualitativo.
