COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 23 GENNAIO 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$(x^2-5x+6)|x-1|>0\,; \qquad 2^{x^2}\cdot 2^{|x|+1}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\le 0\,; \qquad \log_{\frac{1}{2}}(2^{x^2+x})\le -\log_3 9\,.$$

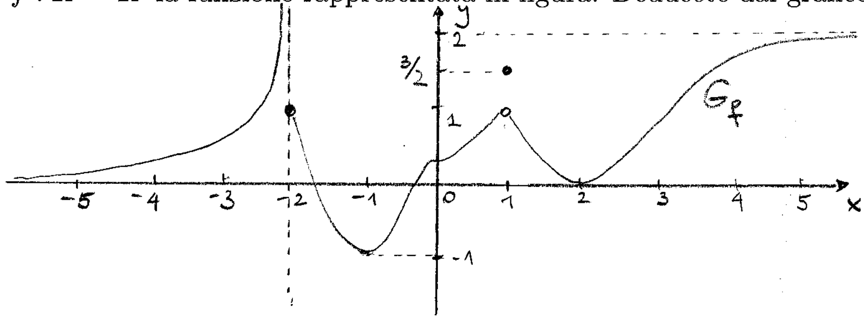
2) i) Calcolate

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1}\,dx\,; \qquad \int_1^2 (2^x+\sqrt[3]{x+1}+\frac{1}{x^2})\,dx\,; \qquad \int_{-2}^0 (|x+1|-2)\,dx\,.$$

ii) Siano $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x)=-4x^2+4$ e $g(x)=|x|-1$. Rappresentate graficamente f e g. Determinate l'area della regione piana delimitata dai grafici di f e di g.

iii) Calcolate $\displaystyle\sum_{m=2}^{10}\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{(m-1)^2}\right)$.

3) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Deducete dal grafico di f



i) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$;
determinate gli eventuali asintoti di f.
ii) il segno della derivata f', dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale;
iii) il segno di $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,dx$;
iv) La funzione f ristretta all'intervallo $[0,2]$ soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass? Determinate, se esistono, il massimo (risp. i punti di massimo) e il minimo (risp. i punti di minimo) di f su $[0,2]$.

---

4) Provate che l'equazione $\left(\frac{1}{2}\right)^x+1 = 3x$ ha un'unica soluzione $x_0 \in]0,1[$. Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a},\tilde{b}[\subset]0,1[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a},\tilde{b}[$ e $\tilde{b}-\tilde{a}\le \frac{1}{4}$.

---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = x^4 - 2x^3$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Determinate le equazioni delle rette tangenti al grafico di f nel punto di ascissa $x=-1$ e nel punto di ascissa $x=2$.
iii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dalle due rette determinate nel punto ii).

---

6) Determinate una funzione continua e derivabile $f:[-1,4]\to\mathbb{R}$ soddisfacente tutte le seguenti proprietà:
i) f non ha segno costante su $[-1,4]$;
ii) la funzione derivata f' è positiva su $]-1,4[$;
iii) $\displaystyle\int_{-1}^{4} f(x)\,dx < 0$.