COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 19 DICEMBRE 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$x(|x-3|-2)<0\,; \qquad 2^{x+1}2^{x^2-1}<\left(\frac{1}{2}\right)^x; \qquad \log_{\frac{1}{2}}(x+1)-\log_{\frac{1}{2}}(x-x^2)\leq -1\,.$$

2) i) Calcolate

$$\int_1^2 \frac{2e^x}{e^x-1}\,dx\,; \qquad \int_{-3}^{-1}\frac{3x^2+\sqrt[3]{x}+4}{x}\,dx\,; \qquad \sum_{n=1}^{9} n^2\Big[\int_{-\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} 2\,dx\Big]\,.$$

ii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di $f(x)=2x^2-x^3$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto $(2,0)$ e dalla retta di equazione $x=0$.
iii) Per ogni $n\in\{1,2,3,\ldots\}$ sia $g_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da $g_n(x)=-nx^2+x$.
Calcolate $\displaystyle\sum_{n=1}^{8}\frac{1}{M_n}$, dove M_n indica il massimo di $g_n(x)$ per ogni $n\in\{1,2,3,\ldots\}$.

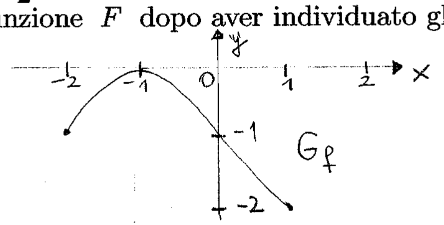
3) Sia $f : [-3,3] \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 3|x+2| & \text{se } -3 \le x \le -1 \\ 2^x & \text{se } -1 < x < 1 \\ \log_3 x + 2 & \text{se } 1 \le x \le 3 . \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f.
ii) Studiate la continuità di f su $[-3,3]$.
iii) Calcolate $\int_{-3}^{1} f(x)\,dx$. Indicate nel grafico di f ciò che rappresenta l'integrale dato.
iv) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-3,3]$? Determinate gli eventuali punti di massimo e punti di minimo di f su $[-3,3]$.

---

4) Sia $f : [-2,1] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-2,1] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-2}^{x} f(t)\,dt$.
i) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione F.
ii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e di minimo locale di F su $[-2,1]$.
iii) Giustificate la seguente stima: $F(1) > -\frac{5}{2}$.
iv) Tracciate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F.



---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2+3x}{x+1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Verificate che $f(x) = x + 2 - \frac{2}{x+1}$ per ogni $x \in \mathrm{dom} f$.
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f, dalla retta di equazione $y = x + 4$ e dalla retta di equazione $x = -4$.

---

6) Dite se la funzione $f(x) = \frac{1}{2e^x + 2x - 3}$ è ben definita su $[0,1]$ motivando la risposta.

COGNOME	____________________	NON SCRIVERE QUI	B
NOME	____________________	1 2 3 4 5 6	
MATRICOLA	└┴┴┴┴┴┘		

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 19 DICEMBRE 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

---

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$x(3-|x+1|)<0\,; \qquad 2^{x+1}2^{3x^2-1} < \left(\frac{1}{4}\right)^x; \qquad \log_{\frac{1}{3}}(x+1)-\log_{\frac{1}{3}}(x-3x^2)\le -1\,.$$

---

2) i) Calcolate

$$\int_1^2 \frac{3e^x}{e^x+1}\,dx\,; \qquad \int_{-3}^{-1} \frac{3x^2+\sqrt[3]{x}-4}{x}\,dx\,; \qquad \sum_{n=1}^{9} n^2\left[\int_{-\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} 4\,dx\right].$$

ii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di $f(x)=2x^2+x^3$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto $(-2,0)$ e dalla retta di equazione $x=0$.

iii) Per ogni $n\in\{1,2,3,\ldots\}$ sia $g_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da $g_n(x)=-nx^2+2x$.

Calcolate $\displaystyle\sum_{n=1}^{8}\frac{1}{M_n}$, dove M_n indica il massimo di $g_n(x)$ per ogni $n\in\{1,2,3,\ldots\}$.

---

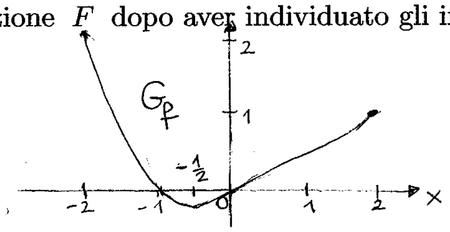
3) Sia $f : [-3,2] \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2|x+2| & \text{se } -3 \leq x \leq -1 \\ 2^{-x} & \text{se } -1 < x < 1 \\ |\log_2 x - 1| & \text{se } 1 \leq x \leq 2\,. \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f.
ii) Studiate la continuità di f su $[-3,2]$.
iii) Calcolate $\displaystyle\int_{-3}^{1} f(x)\,dx$. Indicate nel grafico di f ciò che rappresenta l'integrale dato.
iv) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-3,2]$? Determinate gli eventuali punti di massimo e di minimo di f su $[-3,2]$.

---

4) Sia $f : [-2,2] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-2,2] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \displaystyle\int_{-2}^{x} f(t)\,dt$.
i) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione F.
ii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e di minimo locale di F su $[-2,2]$.
iii) Giustificate la seguente stima: $F(2) < 2$.
iv) Tracciate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F.



---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Verificate che $f(x) = x + 4 + \dfrac{4}{x-1}$ per ogni $x \in \mathrm{dom} f$.
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dal grafico della funzione $g(x) = x^2 + 3x$.

---

6) Dite se la funzione $f(x) = \dfrac{1}{-2e^x + x + 3}$ è ben definita su $[0,1]$ motivando la risposta.

COGNOME ____________		NON SCRIVERE QUI	C
NOME ____________		1 2 3 4 5 6	
MATRICOLA _ _ _ _ _ _			

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 19 DICEMBRE 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$x(2-|x-3|)<0\,; \qquad 2^{x+1}2^{x^2-1} > \left(\frac{1}{8}\right)^x; \qquad \log_{\frac{1}{2}}(x+1) - \log_{\frac{1}{2}}(x-x^2) \le -1\,.$$

2) i) Calcolate

$$\int_1^2 \frac{2e^x}{1-e^x}\,dx\,; \qquad \int_{-3}^{-1} \frac{3x^2-\sqrt[3]{x}+4}{x}\,dx\,; \qquad \sum_{n=1}^{9} n^2\Big[\int_{-\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} 3\,dx\Big]\,.$$

ii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di $f(x)=2x^2-x^3$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto $(1,1)$ e dalla retta di equazione $x=2$.
iii) Per ogni $n \in \{1,2,3,\ldots\}$ sia $g_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da $g_n(x)=-nx^2-x$.
Calcolate $\displaystyle\sum_{n=1}^{8}\frac{1}{M_n}$, dove M_n indica il massimo di $g_n(x)$ per ogni $n\in\{1,2,3,\ldots\}$.

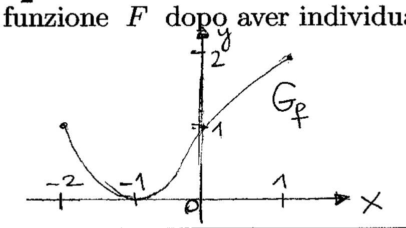
3) Sia $f : [-3,3] \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -2|x+2| & \text{se } -3 \leq x \leq -1 \\ x^3 - 1 & \text{se } -1 < x < 1 \\ |\log_3 x - 1| & \text{se } 1 \leq x \leq 3\,. \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f.
ii) Studiate la continuità di f su $[-3,3]$.
iii) Calcolate $\int_{-3}^{1} f(x)\,dx$. Indicate nel grafico di f ciò che rappresenta l'integrale dato.
iv) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-3,3]$? Determinate gli eventuali punti di massimo e punti di minimo di f su $[-3,3]$.

---

4) Sia $f : [-2,1] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-2,1] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-2}^{x} f(t)\,dt$.
i) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione F.
ii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e di minimo locale di F su $[-2,1]$.
iii) Giustificate la seguente stima: $F(1) < \frac{5}{2}$.
iv) Tracciate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F.



---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{-x^2 + 3x}{x+1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Verificate che $f(x) = -x + 4 - \frac{4}{x+1}$ per ogni $x \in \operatorname{dom} f$.
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dal grafico della funzione $g(x) = x^2 - 3x$.

---

6) Dite se la funzione $f(x) = \frac{1}{2e^x + 2x - 1}$ è ben definita su $[0,1]$ motivando la risposta.

COGNOME ______________________	NON SCRIVERE QUI	D
NOME ______________________	1 2 3 4 5 6	
MATRICOLA └┴┴┴┴┴┴┘		

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 19 DICEMBRE 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$x(3-|x+1|)<0\,; \qquad 2^{x+1}2^{4x^2-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^x; \qquad \log_{\frac{1}{2}}(x+1) - \log_{\frac{1}{2}}(x-x^2) \le -1\,.$$

---

2) i) Calcolate

$$\int_0^1 \frac{3e^x}{e^x+2}\,dx\,; \qquad \int_{-3}^{-1} \frac{3x^2-\sqrt[3]{x}-4}{x}\,dx\,; \qquad \sum_{n=1}^{9} n^2\Big[\int_{-\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} (-2)\,dx\Big]\,.$$

ii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di $f(x)=x^3-2x^2$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto $(2,0)$ e dalla retta di equazione $x=0$.
iii) Per ogni $n \in \{1,2,3,\ldots\}$ sia $g_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da $g_n(x)=-nx^2+3x$. Calcolate $\displaystyle\sum_{n=1}^{8}\frac{1}{M_n}$, dove M_n indica il massimo di $g_n(x)$ per ogni $n\in\{1,2,3,\ldots\}$.

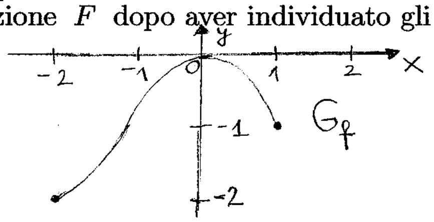
3) Sia $f : [-3, 4] \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -3|x+2| & \text{se } -3 \le x \le -1 \\ 2x^3 - 1 & \text{se } -1 < x < 1 \\ |\log_4 x - 1| & \text{se } 1 \le x \le 4\,. \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f.
ii) Studiate la continuità di f su $[-3, 4]$.
iii) Calcolate $\displaystyle\int_{-3}^{1} f(x)\,dx$. Indicate nel grafico di f ciò che rappresenta l'integrale dato.
iv) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-3, 4]$? Determinate gli eventuali punti di massimo e punti di minimo di f su $[-3, 4]$.

---

4) Sia $f : [-2, 1] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-2, 1] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \displaystyle\int_{-2}^{x} f(t)\,dt$.
i) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione F.
ii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e di minimo locale di F su $[-2, 1]$.
iii) Giustificate la seguente stima: $F(1) > -\dfrac{5}{2}$.
iv) Tracciate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F.



---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x - 2}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Verificate che $f(x) = x - 1 - \dfrac{2}{x-2}$ per ogni $x \in \mathrm{dom} f$.
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f, dalla retta di equazione $y = x + 1$ e dalla retta di equazione $x = -1$.

---

6) Dite se la funzione $f(x) = \dfrac{1}{3e^x + x - 2}$ è ben definita su $[0, 1]$ motivando la risposta.