

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

CdL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 9 GENNAIO 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

**Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.**

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

$$\frac{x^2 - 5|x|}{|x^2 - 1|} \leq 0; \quad 2^{x^2 - 3x} (\log_3 \frac{1}{9} + \log_2 64) \geq 1; \quad \log_2(|x - 2| - 1) < 0.$$

2) i) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{|x| - x^2}; \quad \int_1^e 3 \frac{(\log x)^2}{x} dx; \quad \int_{-1}^5 (|x - 1| - 2) dx.$$

ii) Siano  $f, g : [-1, 8] \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da  $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$  e  $g(x) = -\sqrt{x+1}$ . Rappresentate graficamente  $f$  e  $g$ . Determinate l'area della regione piana delimitata dai grafici di  $f$  e di  $g$  e dalla retta di equazione  $x = 8$ .

iii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione, dove  $x$  è una costante positiva fissata:

$$-\frac{2}{x^2 + 1} + \frac{4}{x^5 + 1} - \frac{8}{x^8 + 1} + \cdots + \frac{256}{x^{23} + 1}.$$

3) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{se } x < 0 \\ -x^2 + 2x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente  $f$ .

ii) Dite, motivando la risposta, se  $f$  è una funzione continua in  $x = 0$ .

iii) Calcolate  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$  e  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ . Dite se  $f$  è derivabile in  $x = 0$ .

---

4) Rappresentate graficamente una funzione continua  $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  soddisfacente le seguenti proprietà:

i)  $f(-2) = 2$  ed  $f$  non è decrescente su  $[-2, 3]$ ;

ii) la funzione integrale  $F(x)$  di  $f(x)$  definita da  $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$  su  $[-2, 3]$  è positiva su  $]-2, 3]$ ; inoltre  $F(x)$  è crescente su  $[-2, 0]$  e decrescente su  $[0, 3]$ .

---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x}{(x-1)^3}.$$

ii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(0, -1)$  e rappresentatela insieme alla funzione  $f$ .

iii) Calcolate  $\int_3^4 \frac{e^x}{f(x)} dx$ .

---

6) Dopo Capodanno sono stata a sciare! Da quante persone era formato il gruppo se il numero di coppie possibili che potevano occupare una seggiovia a due posti era 21?

---

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table>							<div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">NON SCRIVERE QUI</div> <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table> <div style="float: right; text-align: center; margin-top: 10px;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 100px; height: 60px; vertical-align: top; font-size: 2em; font-weight: bold;">B</td> </tr> </table> </div>							B
B														

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
 CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
 CdL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 9 GENNAIO 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

**Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.**

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

$$\frac{x^2 - 6|x|}{|x^2 - 2|} \leq 0; \quad 3^{x^2+3x}(\log_3 27 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{64}) \leq 1; \quad \log_3(|x - 3| - 2) < 0.$$

2) i) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2 + |x|}; \quad \int_1^e 2 \frac{(\log x)^3}{x} dx; \quad \int_{-2}^3 (|x - 1| - 2) dx.$$

ii) Siano  $f, g : [-1, 8] \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da  $f(x) = -\sqrt[3]{x}$  e  $g(x) = \sqrt{x+1} + 1$ . Rappresentate graficamente  $f$  e  $g$ . Determinate l'area della regione piana delimitata dai grafici di  $f$  e di  $g$  e dalla retta di equazione  $x = 8$ .

iii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione, dove  $x$  è una costante positiva fissata:

$$\frac{2}{x^4 + 3} - \frac{4}{x^7 + 3} + \frac{8}{x^{10} + 3} - \cdots - \frac{256}{x^{25} + 3}.$$

3) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{se } x < 0 \\ -x^2 + 3x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente  $f$ .

ii) Dite, motivando la risposta, se  $f$  è una funzione continua in  $x = 0$ .

iii) Calcolate  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$  e  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ . Dite se  $f$  è derivabile in  $x = 0$ .

---

4) Rappresentate graficamente una funzione continua  $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  soddisfacente le seguenti proprietà:

i)  $f(-1) = 3$  ed  $f$  non è decrescente su  $[-1, 4]$ ;

ii) la funzione integrale  $F(x)$  di  $f(x)$  definita da  $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$  su  $[-1, 4]$  è positiva su  $]-1, 4]$ ; inoltre  $F(x)$  è crescente su  $[-1, 3]$  e decrescente su  $[3, 4]$ .

---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x}{(x+1)^3}.$$

ii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(0, 1)$  e rappresentatela insieme alla funzione  $f$ .

iii) Calcolate  $\int_3^4 \frac{e^x}{f(x)} dx$ .

---

6) Dopo Capodanno sono stata a sciare! Da quante persone era formato il gruppo se il numero di coppie possibili che potevano occupare una seggiovia a due posti era 15?

---