

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CdL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 9 GENNAIO 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\frac{x^2 - 5|x|}{|x^2 - 1|} \leq 0; \quad 2^{x^2 - 3x} (\log_3 \frac{1}{9} + \log_2 64) \geq 1; \quad \log_2(|x - 2| - 1) < 0.$$

2) i) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{|x| - x^2}; \quad \int_1^e 3 \frac{(\log x)^2}{x} dx; \quad \int_{-1}^5 (|x - 1| - 2) dx.$$

ii) Siano $f, g : [-1, 8] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ e $g(x) = -\sqrt{x+1}$. Rappresentate graficamente f e g . Determinate l'area della regione piana delimitata dai grafici di f e di g e dalla retta di equazione $x = 8$.

iii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione, dove x è una costante positiva fissata:

$$-\frac{2}{x^2 + 1} + \frac{4}{x^5 + 1} - \frac{8}{x^8 + 1} + \dots + \frac{256}{x^{23} + 1}.$$

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{se } x < 0 \\ -x^2 + 2x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f .

ii) Dite, motivando la risposta, se f è una funzione continua in $x = 0$.

iii) Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x = 0$.

4) Rappresentate graficamente una funzione continua $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ soddisfacente le seguenti proprietà:

i) $f(-2) = 2$ ed f non è decrescente su $[-2, 3]$;

ii) la funzione integrale $F(x)$ di $f(x)$ definita da $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$ su $[-2, 3]$ è positiva su $]-2, 3]$; inoltre $F(x)$ è crescente su $[-2, 0]$ e decrescente su $[0, 3]$.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x}{(x-1)^3}.$$

ii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(0, -1)$ e rappresentatela insieme alla funzione f .

iii) Calcolate $\int_3^4 \frac{e^x}{f(x)} dx$.

6) Dopo Capodanno sono stata a sciare! Da quante persone era formato il gruppo se il numero di coppie possibili che potevano occupare una seggiovia a due posti era 21?

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CdL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 9 GENNAIO 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\frac{x^2 - 6|x|}{|x^2 - 2|} \leq 0; \quad 3^{x^2+3x} (\log_3 27 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{64}) \leq 1; \quad \log_3 (|x - 3| - 2) < 0.$$

2) i) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2 + |x|}; \quad \int_1^e 2 \frac{(\log x)^3}{x} dx; \quad \int_{-2}^3 (|x - 1| - 2) dx.$$

ii) Siano $f, g : [-1, 8] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = -\sqrt[3]{x}$ e $g(x) = \sqrt{x+1} + 1$. Rappresentate graficamente f e g . Determinate l'area della regione piana delimitata dai grafici di f e di g e dalla retta di equazione $x = 8$.

iii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione, dove x è una costante positiva fissata:

$$\frac{2}{x^4 + 3} - \frac{4}{x^7 + 3} + \frac{8}{x^{10} + 3} - \dots - \frac{256}{x^{25} + 3}.$$

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{se } x < 0 \\ -x^2 + 3x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f .

ii) Dite, motivando la risposta, se f è una funzione continua in $x = 0$.

iii) Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x = 0$.

4) Rappresentate graficamente una funzione continua $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ soddisfacente le seguenti proprietà:

i) $f(-1) = 3$ ed f non è decrescente su $[-1, 4]$;

ii) la funzione integrale $F(x)$ di $f(x)$ definita da $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$ su $[-1, 4]$ è positiva su $]-1, 4]$; inoltre $F(x)$ è crescente su $[-1, 3]$ e decrescente su $[3, 4]$.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x}{(x+1)^3}.$$

ii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(0, 1)$ e rappresentatela insieme alla funzione f .

iii) Calcolate $\int_3^4 \frac{e^x}{f(x)} dx$.

6) Dopo Capodanno sono stata a sciare! Da quante persone era formato il gruppo se il numero di coppie possibili che potevano occupare una seggiovia a due posti era 15?
