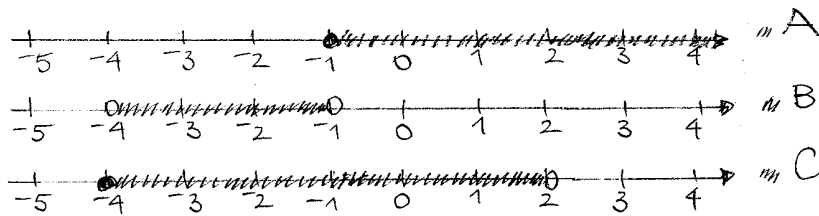


Università di Trento - Facoltà di Scienze Cognitive
 CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva
 CdL in Interfacce e Tecnologie della Comunicazione - CdL in Filosofia
 Verifica settimanale di ANALISI MAT. (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)
 a.a. 2011-2012 - Trento, 26-30/09/2011

1) $A = [-1, +\infty[$, $B =]-4, -1[$, $C = [-4, 2[$



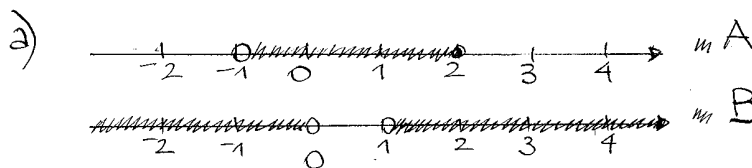
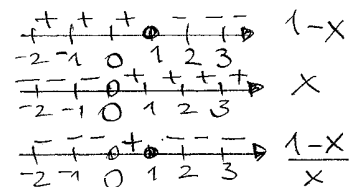
$(A \cup B) \cap C =]-4, 2[$.

2) $A = \{x \in \mathbb{R} : 2x < 3x + 1 \leq 7\} =]-1, 2]$: infatti

$2x < 3x + 1 \leq 7 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 3x + 1 \\ 3x + 1 \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x \\ x \leq 2 \end{cases}$

$B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x} < 1\} =]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$: infatti

$\frac{1}{x} < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{1-x}{x} < 0$



b) $A \cap B =]-1, 0[\cup]1, 2]$

A e B non sono disgiunti!

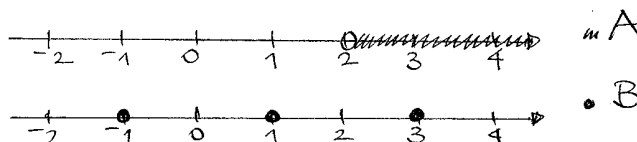
$A \cup B = \mathbb{R}$;

$B \setminus A =]-\infty, -1] \cup]2, +\infty[$

$\mathbb{R} \setminus A =]-\infty, -1] \cup]2, +\infty[$.

3) i) $A = \mathbb{R} \setminus]-\infty, 2] =]2, +\infty[$

$B = \{x \in \mathbb{R} : (3-x)(x^2-1)=0\} = \{-1, 1, 3\}$



$A \cap B = B$ (F)

$A \cap B = \{3\} \neq B$

$A \cup B = A \cup \{-1, 1\}$ (V)

$B \setminus A = \{3\}$ (F)

$B \setminus A = \{-1, 1\}$.

$$-3 \in B \quad (\text{F})$$

-3 non è un elemento di B.

$$1 \in B \quad (\text{F})$$

non è corretta la scrittura! $\{1\} \in B$ oppure $1 \in B$
sono i modi corretti di scrittura.

$$\{-1, 3\} \subset B \quad (\text{V})$$

$$\{3\} \in \mathcal{P}(B) \quad (\text{V})$$

$\{3\}$ è un sottoinsieme di B e quindi è un elemento dell'insieme delle parti di B.

$$]-1, 2[\in \mathcal{P}(A) \quad (\text{F})$$

poiché $]-1, 2[$ non è un sottoinsieme di A.

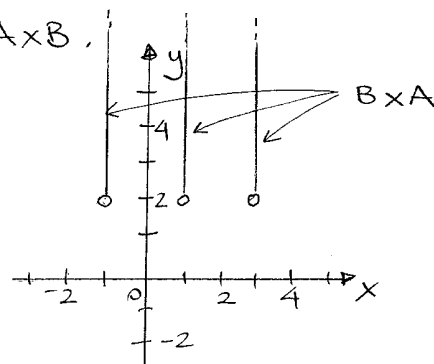
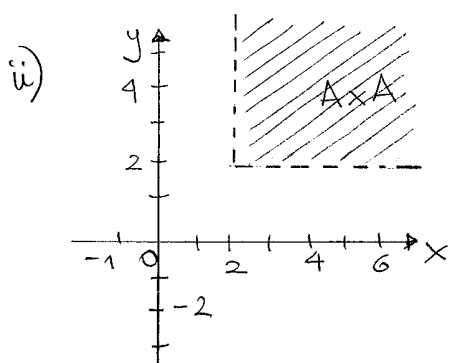
$$\{\{3\}, A\} \subset \mathcal{P}(A) \quad (\text{V})$$

poiché $\{3\} \subset A$, $A \subset A$ e quindi l'insieme contenente come elementi gli insiemi $\{3\}$ ed A è un sottoinsieme di $\mathcal{P}(A)$.

$$]2, 3] \in A \quad (\text{V})$$

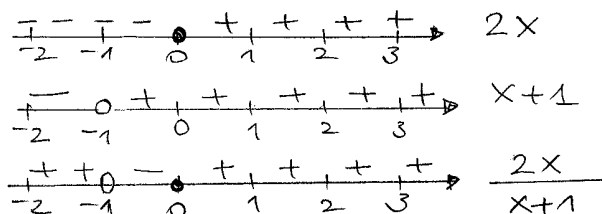
$$[3, 1] \in A \times B \quad (\text{F})$$

non è corretta la scrittura: si deve scrivere $(3, 1) \in A \times B$.



4) i) $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{3x+x^2}{x+1} \leq x\} =]-1, 0]$: infatti

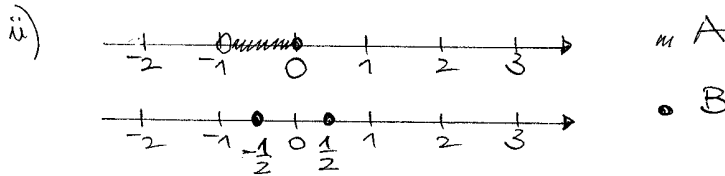
$$\frac{3x+x^2}{x+1} - x \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3x+\cancel{x^2}-\cancel{x^2}-x}{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{x+1} \leq 0$$



$$\underline{B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x^2} - 4 = 0\} = \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\} : \text{infatti}}$$

$$\frac{1}{x^2} = 4 \iff x^2 = \frac{1}{4} \iff x = \pm \frac{1}{2}$$

A è un intervallo; B non è un intervallo. □



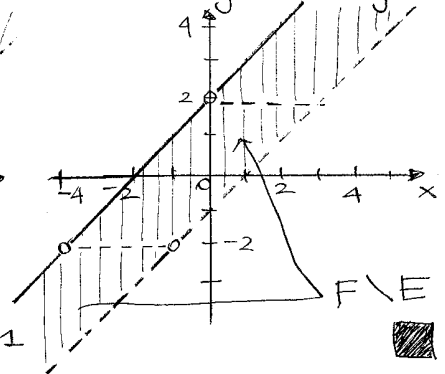
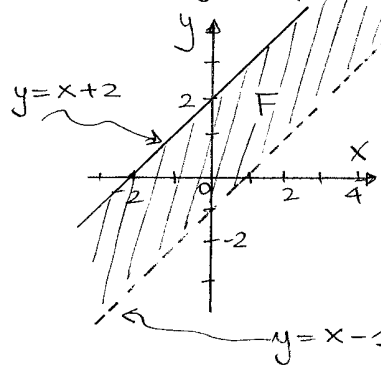
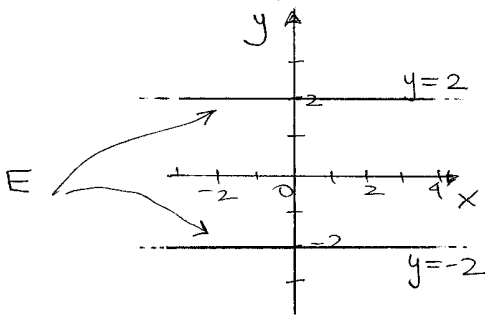
$$\underline{A \cup B =]-1, 0] \cup \{\frac{1}{2}\}}$$

$$\underline{A \setminus B =]-1, -\frac{1}{2}[\cup]-\frac{1}{2}, 0] .}$$

$A \cup B$ non è un intervallo di $\mathbb{R}$! ■

5) $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 = 4\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = -2 \text{ oppure } y = 2\}.$

$$F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 < y - x \leq 2\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x - 1 < y \leq x + 2\}$$



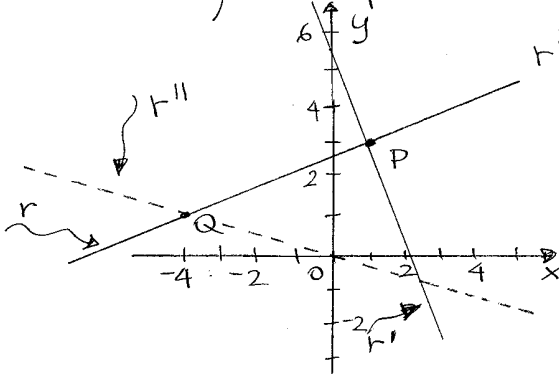
6) i) $P = (1, 3)$ $Q = (-4, 1)$

$$\frac{y-3}{1-3} = \frac{x-1}{-4-1} \iff y-3 = \frac{2}{5}(x-1), \text{ ossia}$$

$$r: \underline{y = \frac{2}{5}x + \frac{13}{5}}$$

ii) r' ha pendenza $-\frac{5}{2}$. L'eq. della retta r' è data da $y = 3 - \frac{5}{2}(x-1)$ ossia

$$\underline{r': y = -\frac{5}{2}x + \frac{11}{2} .}$$



iii) $\underline{y = -\frac{5}{2}x + q}$ al variare di $q \in \mathbb{R}.$

iv) $\underline{y = -\frac{x}{4}}$