

Università degli Studi di Trento - Facoltà di Scienze Cognitive  
 CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva  
 CdL in Interfacce e Tecnologie della Comunicazione - CdL in Filosofia  
 Verifica settimanale di ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)  
 a.a. 2011/2012 - Rovereto, 17 - 21 ottobre 2011

1) i)  $\text{dom } f = \underline{\underline{[-3, 3]}}$  ; □

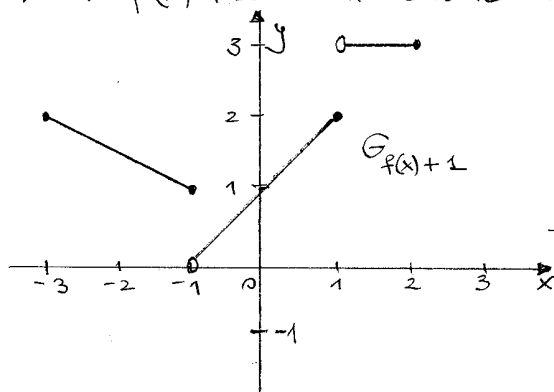
ii)  $f(-2) = \underline{\underline{0}}$  ;  $f(0) = \underline{\underline{2}}$  ;  $f(2) = \underline{\underline{1}}$  . □

iii)  $(-3, 2) \notin \text{graf } f$  ( $-3 \notin \text{dom } f$ )  
 $(0, 1) \notin \text{graf } f$  ( $0 \in \text{dom } f$ , ma  $f(0) = 2 \neq 1$ ) □

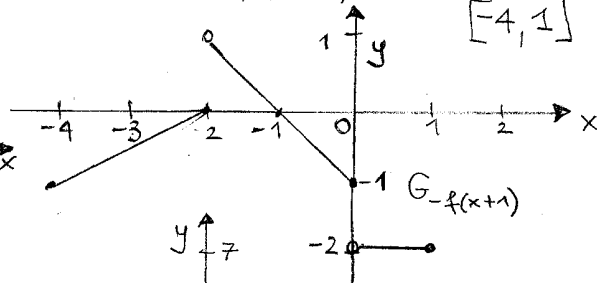
iv)  $f$  non è iniettiva: infatti, basta prendere  
 $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3$  e mi ha  $x_1 \neq x_2$ , mentre  $f(x_1) = f(x_2) = 2$ .

2)  $f([ -3, 2 ]) = \underline{\underline{[-1, 1] \cup \{2\}}}$  è l'immagine di  $f$ .

$x \mapsto f(x) + 1$  : ha ancora come dominio  $[-3, 2]$



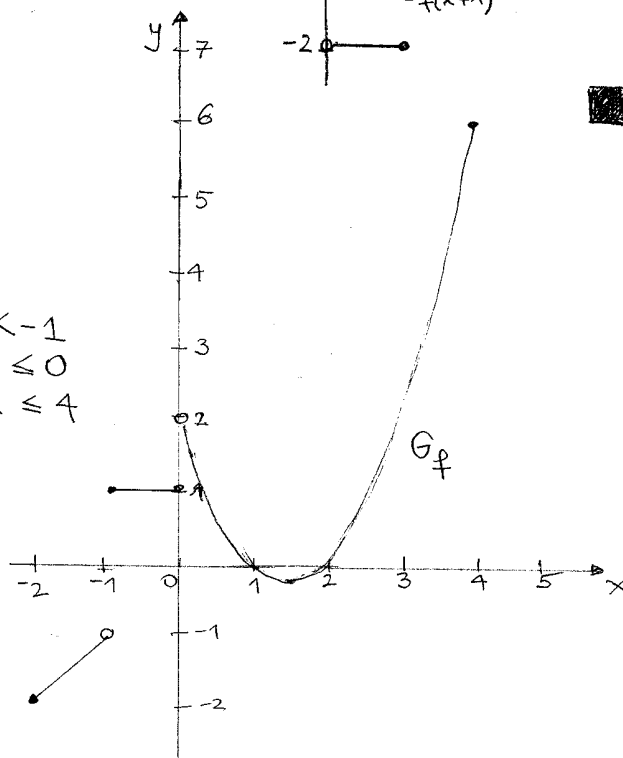
$x \mapsto -f(x+1)$  : ha come dominio  $[-4, 1]$



3)  $f: [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$

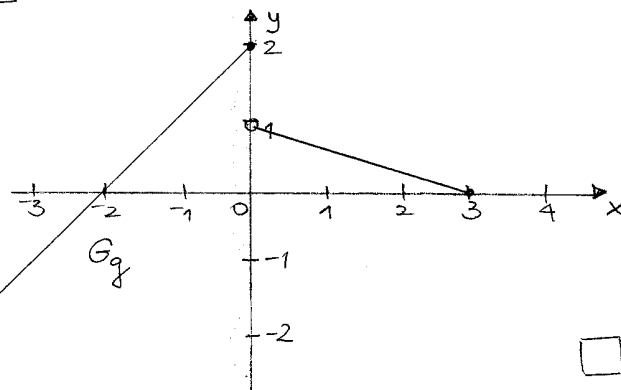
$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } -2 \leq x < -1 \\ 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{se } 0 < x \leq 4 \end{cases}$$

Nota:  $x^2 - 3x + 2 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$



$$g: ]-\infty, 3] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g(x) = \begin{cases} x+2 & \text{se } x \leq 0 \\ -\frac{1}{3}x+1 & \text{se } 0 < x \leq 3 \end{cases}$$



ii)  $f(0) = \underline{1}$      $g(0) = \underline{2}$ .

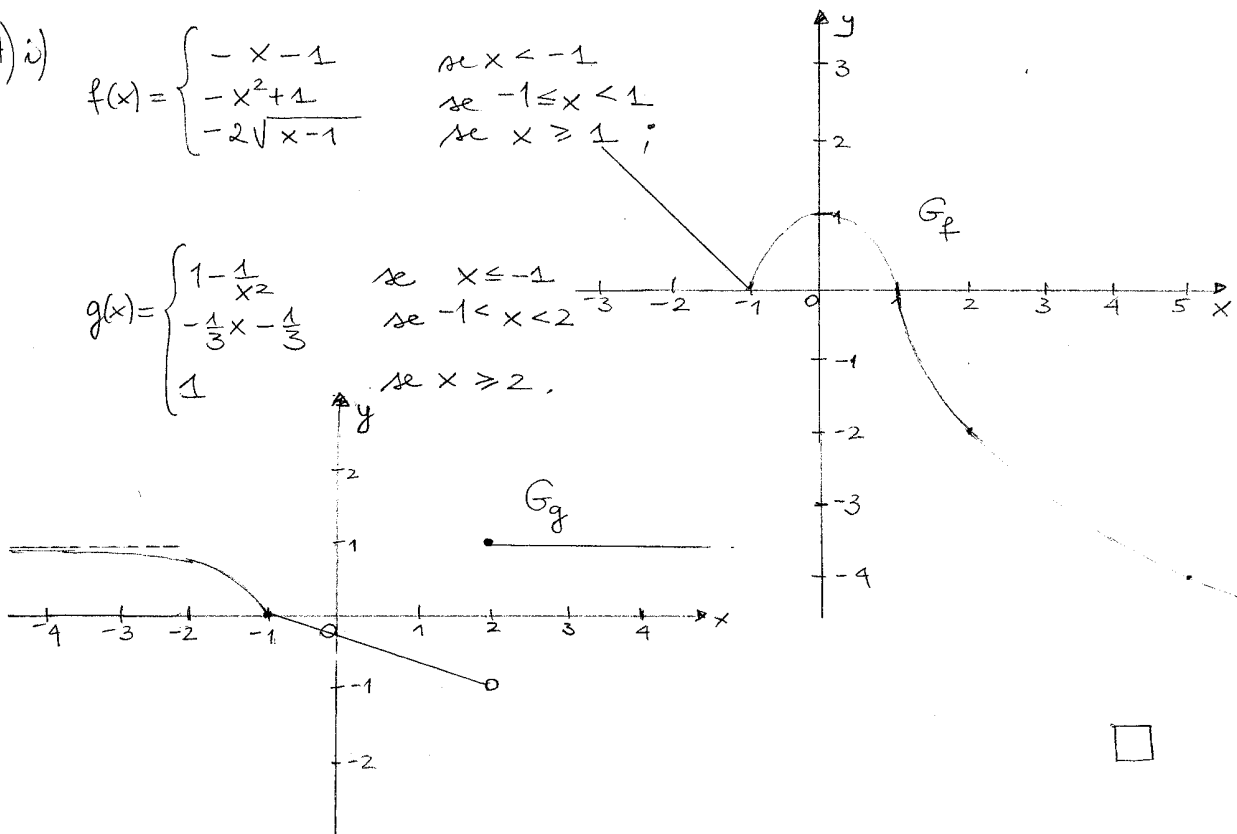
Non sono uguali.

iii)  $f([-2, 0]) = \underline{[-2, -1[ \cup \{1\}}$  ;  $g([0, 2]) = \underline{[\frac{1}{3}, 1[ \cup \{2\}]}$ .

L'immagine di  $g$  è  $g(]-\infty, 3]) = \underline{]-\infty, 2]}$ .

4) i)  $f(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{se } x < -1 \\ -x^2+1 & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ -2\sqrt{x-1} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$  ;

$$g(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} & \text{se } -1 < x < 2 \\ 1 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$



ii) se  $k < 0$      $\exists!$  soluzioni dell'eq.  $f(x)=k$  ;

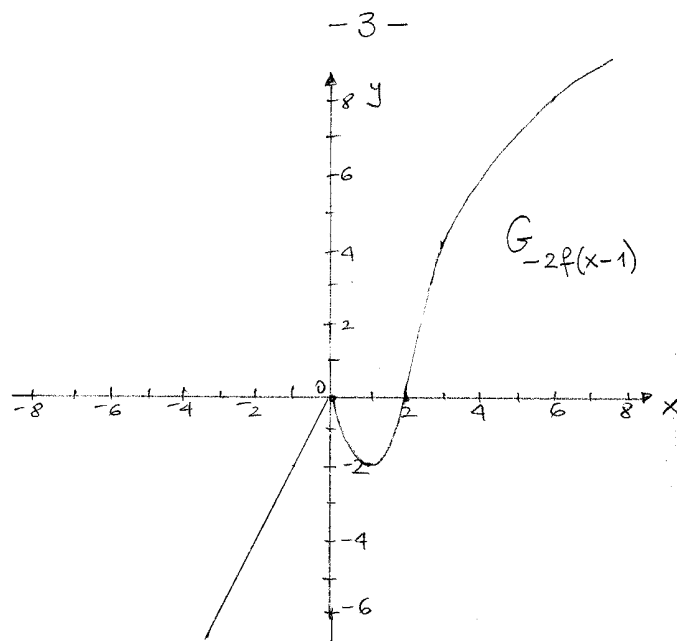
se  $k=0$     Sono 2 soluzioni    "    ;

se  $0 < k < 1$     Sono 3 soluzioni    "    ;

se  $k=1$     Sono 2 soluzioni    "    ;

se  $k > 1$      $\exists!$  soluzioni dell'eq.  $f(x)=k$ .

iii)



iv)  $\{x \in \mathbb{R} : g(x) \geq 0\} = \underline{\underline{]-\infty, -1] \cup [2, +\infty[}}$ .

v)  $\underline{\underline{A = ]-\infty, 2]}}$

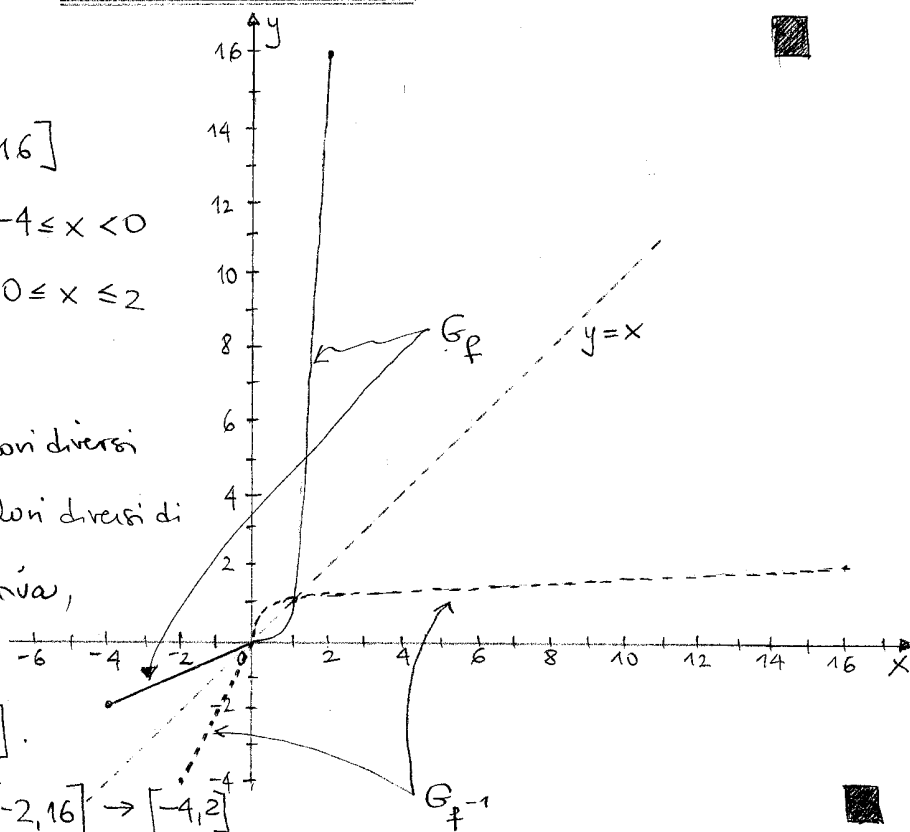
5)  $f: [-4, 2] \rightarrow [-2, 16]$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & \text{se } -4 \leq x < 0 \\ x^4 & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

ii)  $f$  è iniettiva ("valori diversi di  $x$  vanno in valori diversi di  $y$ ");  $f$  è suriettiva, poiché

$$f([-4, 2]) = [-2, 16].$$

$$\text{Quindi } \exists f^{-1}: [-2, 16] \rightarrow [-4, 2]$$



6) i)  $h(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$

Insieme di definizione =  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

$$(-2, h(-2)) = (-2, \frac{8}{9})$$

$$(\frac{3}{2}, h(\frac{3}{2})) = (\frac{3}{2}, -3)$$

$$(-1, h(-1)) = (-1, \frac{3}{4})$$

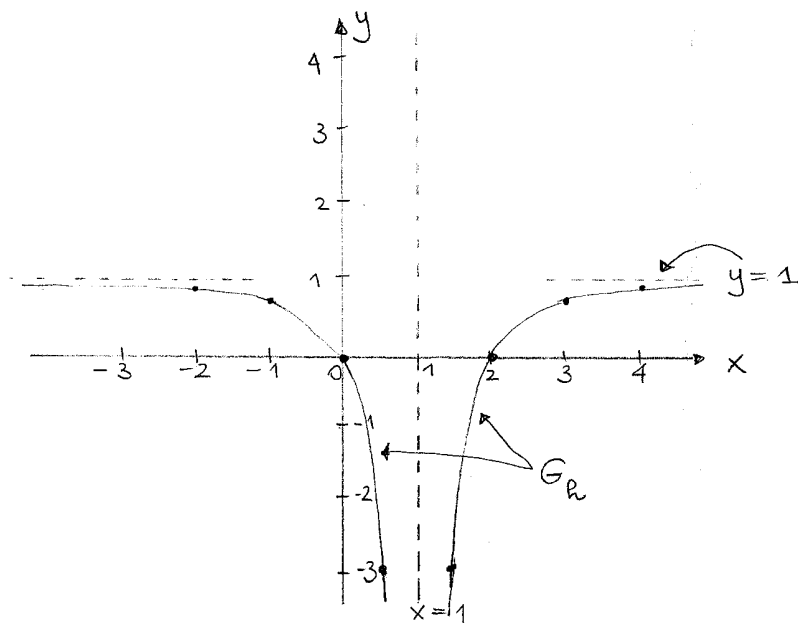
$$(2, h(2)) = (2, 0)$$

$$(0, h(0)) = (0, 0)$$

$$(3, h(3)) = (3, \frac{3}{4})$$

$$(\frac{1}{2}, h(\frac{1}{2})) = (\frac{1}{2}, -3)$$

$$(4, h(4)) = (4, \frac{8}{9})$$



ii)  $g(x) = \sqrt{x+1} - 1$  l'intervallo di definizione  $= [-1, +\infty[$ .

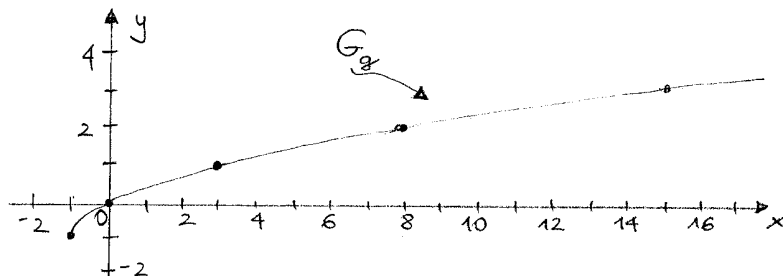
$$(-1, g(-1)) = (-1, -1)$$

$$(8, g(8)) = (8, 2)$$

$$(0, g(0)) = (0, 0)$$

$$(15, g(15)) = (15, 3)$$

$$(3, g(3)) = (3, 1)$$



iii)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x - 2 & \text{se } x < -1 \\ \sqrt{x+1} - 1 & \text{se } x \geq -1 \end{cases}$$

$$-x^2 - 2x - 2 = -(x^2 + 2x) - 2$$

$$= -(x+1)^2 - 1$$

$$f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$$

$$f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

