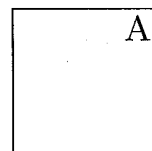


COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---



UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CdL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- a1) Siano dati gli insiemi $A =] - \infty, 3[$, $B =]2, 4[$ e $C = \{3\}$. Determinate l'insieme $(A \cap B) \cup C$.

Risposta:

- a2) Sia $A =]4, 7[$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

(i) $4 \in A$; (ii) $5 \subset A$; (iii) $\{5, 6\} \subset A$; (iv) $\emptyset \in \mathcal{P}(A)$.

Risposta:

- a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Tutti gli studenti presenti all'esame di AM in data odierna svolgono questo esercizio".

Risposta:

- a4) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $\frac{x}{x-1} < 2$.

Risposta:

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 < 4, y = 3\}$.

Risposta:

a6) Risolvete in \mathbb{R} il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + 2x < 0. \end{cases}$$

Risposta:

a7) Rappresentate graficamente l'iperbole di equazione $x^2 - y^2 + 2x = 0$.

Risposta:

a8) Determinate l'equazione della retta passante per i punti $P = (-1, -2)$ e $Q = (2, -2)$.

Risposta:

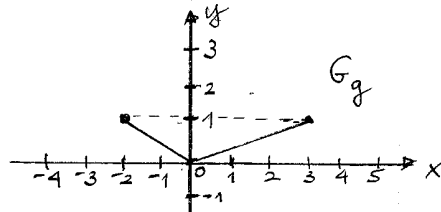
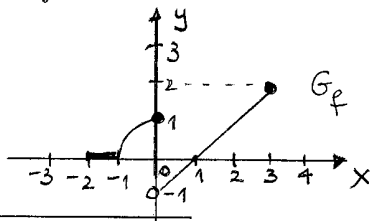
a9) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{se } x < 0 \\ x - 2 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a10) Siano $f, g : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni rappresentate in figura. Determinate, se esistono, $(fg)(3)$, $(\frac{g}{f})(1)$ e $(f - g)(-2)$.



Risposta:

b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Lo studente Mario Rossi supera l'esame di AM se e solo se studia con impegno".

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme S delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} y - 2x \leq 0 \\ x^2 + 4y^2 - 4x + 8y + 7 > 0 \\ 4(x - 3)^2 + 4y^2 \geq 1. \end{cases}$$

Determinate l'equazione delle rette che non intersecano mai l'insieme S .

b2) i) Determinate l'equazione della retta r passante per il punto $P = (2, 0)$ e pendenza $m = -4$.

ii) Determinate il punto di intersezione Q della retta r con la parabola di equazione $y = 2x^2 - 4x$ diverso da P .

iii) Sia V il vertice della parabola. Determinate la distanza di Q e V .

iv) Determinate la retta r' perpendicolare alla retta r e passante per l'origine. Rappresentate graficamente r , r' e la parabola.

b3) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x(x^2 - 5x + 6)}{x - 1} \leq 0 \right\}, \quad B = \{ x \in \mathbb{R} : (x^2 - 4)(x^2 - 3x) \leq 0 \}.$$

i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale.

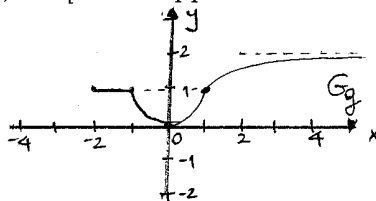
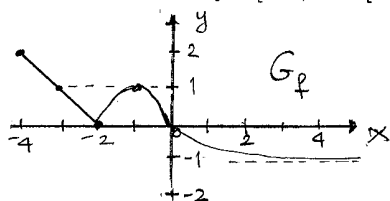
ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme $A \times B$.

iii) Determinate l'insieme $\mathbb{R} \setminus B$.

iv) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

a) $1 \in B$; b) B è un intervallo; c) $[-2, 0] \subseteq B$.

b4) Siano date le funzioni $f : [-4, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [-2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ rappresentate in figura.



i) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq f(x) \leq 1\}$. Dite se A è limitato, e se A ha massimo e/o minimo.

ii) Rappresentate graficamente, nei rispettivi domini, le funzioni $x \mapsto 2f(x) - 1$ e $x \mapsto -g(x - 2)$.

iii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo (risp. i punti di massimo e i punti di minimo) di g ristretta all'insieme $[-2, 1]$.

b5) Siano $f : [-2, 8] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 1 & \text{se } -2 \leq x \leq 1 \\ -\sqrt[3]{x} & \text{se } 1 < x \leq 8 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -x^4 + 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f e g .

ii) Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : f([-2, 8]) \rightarrow [-2, 8]$.

iii) Determinate l'insieme di definizione della funzione composta $f \circ g$ e scrivete poi, dove è definita, l'espressione della funzione $f \circ g$.

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <table style="display: inline-table; border: 1px solid black; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table>								<div style="text-align: center; font-weight: bold;">NON SCRIVERE QUI</div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="font-size: 8px;">1</td> <td style="font-size: 8px;">2</td> <td style="font-size: 8px;">3</td> <td style="font-size: 8px;">4</td> <td style="font-size: 8px;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 80px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; font-size: 24px; font-weight: bold;">B</div> </div>						1	2	3	4	5
1	2	3	4	5														

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
 CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
 CdL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A =] - \infty, 3[$, $B =]2, 4[$ e $C = \{3\}$. Determinate l'insieme $(A \setminus B) \cup C$.

Risposta: _____

a2) Sia $A = [4, 7[$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

(i) $4 \in A$; (ii) $5 \subset A$; (iii) $\{5, 6\} \subset A$; (iv) $\{7\} \in \mathcal{P}(A)$.

Risposta: _____

a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "C'è uno studente presente all'esame di AM in data odierna che svolge questo esercizio".

Risposta: _____

a4) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $\frac{x}{x-2} < -1$.

Risposta: _____

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = -3, y^2 \leq 4\}$.

Risposta:

a6) Risolvete in \mathbb{R} il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ -x^2 + 2x \geq 0. \end{cases}$$

Risposta:

a7) Rappresentate graficamente l'iperbole di equazione $-x^2 + y^2 + 2x = 0$.

Risposta:

a8) Determinate l'equazione della retta passante per i punti $P = (-1, -2)$ e $Q = (-1, 3)$.

Risposta:

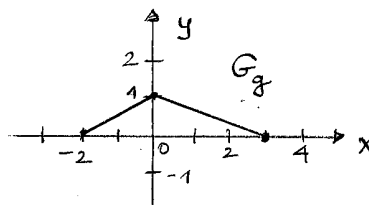
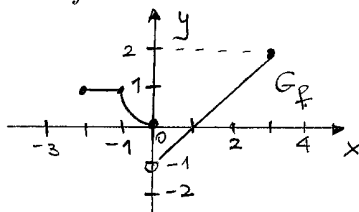
a9) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a10) Siano $f, g : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni rappresentate in figura. Determinate, se esistono, $(fg)(3)$, $(\frac{g}{f})(1)$ e $(f+g)(-2)$.



Risposta:

b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Lo Stato Italiano supera la crisi se e solo se l'Europa lo sostiene".

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme S delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} y - \frac{1}{2}x < 0 \\ 4x^2 + y^2 - 8x + 4y + 7 \geq 0 \\ 4(x-2)^2 + 4y^2 > 1. \end{cases}$$

Determinate l'equazione delle rette che non intersecano mai l'insieme S .

b2) i) Determinate l'equazione della retta r passante per il punto $P = (-2, 0)$ e pendenza $m = 4$.

ii) Determinate il punto di intersezione Q della retta r con la parabola di equazione $y = 2x^2 + 4x$ diverso da P .

iii) Sia V il vertice della parabola. Determinate la distanza di Q e V .

iv) Determinate la retta r' perpendicolare alla retta r e passante per l'origine. Rappresentate graficamente r , r' e la parabola.

b3) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x(x^2 + 2x - 8)}{x - 1} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : (x^2 - 1)(x^2 - 2x) \leq 0\}.$$

i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale.

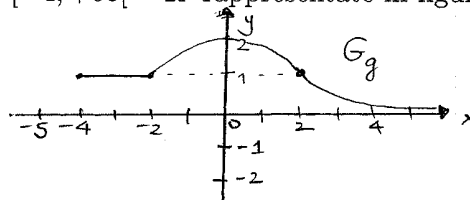
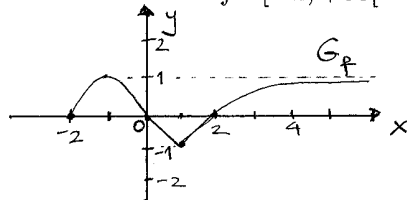
ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme $A \times B$.

iii) Determinate l'insieme $\mathbb{R} \setminus B$.

iv) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

a) $1 \in A$; b) A è un intervallo; c) $[-2, 0] \subseteq A$.

b4) Siano date le funzioni $f : [-2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [-4, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ rappresentate in figura.



i) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq f(x) \leq 1\}$. Dite se A è limitato, e se A ha massimo e/o minimo.

ii) Rappresentate graficamente, nei rispettivi domini, le funzioni $x \mapsto -f(x) + 1$ e $x \mapsto g(x + 2)$.

iii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo (risp. i punti di massimo e i punti di minimo) di g ristretta all'insieme $[-4, 1]$.

b5) Siano $f : [-1, 8] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ -\sqrt[3]{x} - 1 & \text{se } 1 < x \leq 8 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -x^3 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f e g .

ii) Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : f([-1, 8]) \rightarrow [-1, 8]$.

iii) Determinate l'insieme di definizione della funzione composta $f \circ g$ e scrivete poi, dove è definita, l'espressione della funzione $f \circ g$.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

C

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CdL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A =] - \infty, 4[$, $B =]2, 5[$ e $C = \{3\}$. Determinate l'insieme $(B \setminus A) \cup C$.

Risposta: _____

a2) Sia $A = [4, 6[$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

(i) $4 \in A$; (ii) $5 \subset A$; (iii) $\{5, 6\} \subset A$; (iv) $[4, 5[\in \mathcal{P}(A)$.

Risposta: _____

a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "C'è uno studente presente all'esame di AM in data odierna che non svolge questo esercizio".

Risposta: _____

a4) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $\frac{x}{x-3} < -1$.

Risposta: _____

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 2, y^2 \geq 4\}$.

Risposta:

a6) Risolvete in \mathbb{R} il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ -x^2 + 2x \geq 0. \end{cases}$$

Risposta:

a7) Rappresentate graficamente l'iperbole di equazione $-x^2 + y^2 - 2x = 0$.

Risposta:

a8) Determinate l'equazione della retta passante per i punti $P = (-2, -2)$ e $Q = (-2, 3)$.

Risposta:

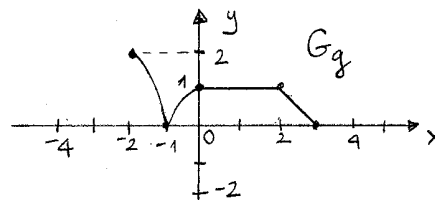
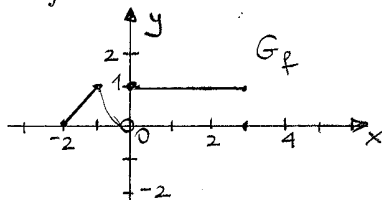
a9) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ 2 & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a10) Siano $f, g : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni rappresentate in figura. Determinate, se esistono, $(fg)(1)$, $(\frac{g}{f})(0)$ e $(f+g)(-2)$.



Risposta:

b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Lo Stato Italiano supera la crisi se e solo se l'Europa lo sostiene".

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme S delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} y + \frac{1}{2}x < 0 \\ 4x^2 + y^2 + 8x + 4y + 7 \geq 0 \\ 4(x+2)^2 + 4y^2 > 1. \end{cases}$$

Determinate l'equazione delle rette che non intersecano mai l'insieme S .

b2) i) Determinate l'equazione della retta r passante per il punto $P = (-2, 0)$ e pendenza $m = 1$.

ii) Determinate il punto di intersezione Q della retta r con la parabola di equazione $y = 2x^2 + 4x$ diverso da P .

iii) Sia V il vertice della parabola. Determinate la distanza di Q e V .

iv) Determinate la retta r' perpendicolare alla retta r e passante per Q . Rappresentate graficamente r , r' e la parabola.

b3) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x(x^2 + 2x - 8)}{x+2} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : (x^2 - 1)(x^2 + 2x) \leq 0\}.$$

i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale.

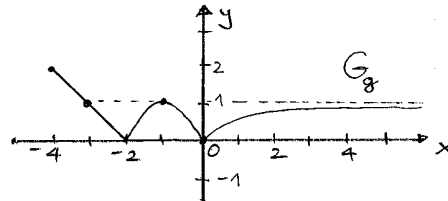
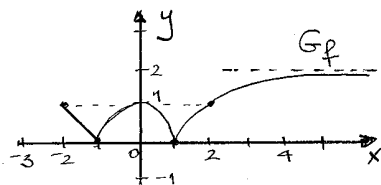
ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme $A \times B$.

iii) Determinate l'insieme $\mathbb{R} \setminus B$.

iv) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

a) $-2 \in A$; b) A non è un intervallo; c) $[-2, 0] \subseteq \mathbb{R} \setminus A$.

b4) Siano date le funzioni $f : [-2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [-4, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ rappresentate in figura.



i) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq f(x) \leq 1\}$. Dite se A è limitato, e se A ha massimo e/o minimo.

ii) Rappresentate graficamente, nei rispettivi domini, le funzioni $x \mapsto -f(x) + 1$ e $x \mapsto g(x+2)$.

iii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo (risp. i punti di massimo e i punti di minimo) di g ristretta all'insieme $[-4, 1]$.

b5) Siano $f : [-2, 10] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} -3x & \text{se } -2 \leq x \leq 1 \\ -\sqrt{x-1} - 3 & \text{se } 1 < x \leq 10 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f e g .

ii) Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : f([-2, 10]) \rightarrow [-2, 10]$.

iii) Determinate l'insieme di definizione della funzione composta $f \circ g$ e scrivete poi, dove è definita, l'espressione della funzione $f \circ g$.

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CdL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- a1) Siano dati gli insiemi $A =] - 2, 3[$, $B = [2, +\infty[$ e $C = \{3\}$. Determinate l'insieme $(A \cap B) \cup C$.

Risposta:

- a2) Sia $A = [4, 9[$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

(i) $4 \in A$; (ii) $\{5\} \subset \mathcal{P}(A)$; (iii) $\{5\} \subset A$; (iv) $\emptyset \in A$.

Risposta:

- a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Tutti gli studenti presenti all'esame di AM in data odierna svolgono la prima parte del compito".

Risposta:

- a4) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $\frac{x}{x+2} > 3$.

Risposta:

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq 4, y = -3\}$.

Risposta:

a6) Risolvete in \mathbb{R} il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ x^2 + 2x < 0. \end{cases}$$

Risposta:

a7) Rappresentate graficamente l'iperbole di equazione $x^2 - y^2 + 2y = 0$.

Risposta:

a8) Determinate l'equazione della retta passante per i punti $P = (-1, 3)$ e $Q = (2, 3)$.

Risposta:

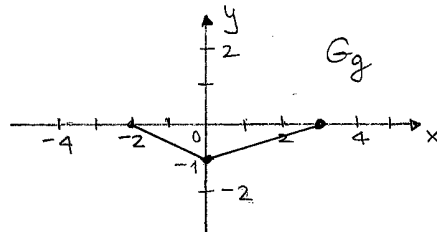
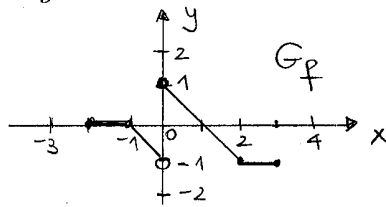
a9) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2 & \text{se } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a10) Siano $f, g: [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni rappresentate in figura. Determinate, se esistono, $(fg)(1)$, $(\frac{f}{g})(0)$ e $(f-g)(3)$.



Risposta:

- b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Lo studente Tizio Caio supera l'esame di AM se e solo se frequenta con serietà le lezioni".
- ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme S delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} y + 2x < 0 \\ x^2 + 4y^2 + 4x - 8y + 7 > 0 \\ 4(x + 3)^2 + 4y^2 \geq 1. \end{cases}$$

Determinate l'equazione delle rette che non intersecano mai l'insieme S .

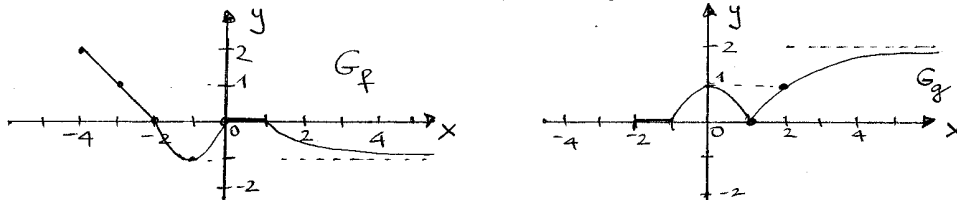
- b2) i) Determinate l'equazione della retta r passante per il punto $P = (2, 0)$ e pendenza $m = -1$.
- ii) Determinate il punto di intersezione Q della retta r con la parabola di equazione $y = 2x^2 - 4x$ diverso da P .
- iii) Sia V il vertice della parabola. Determinate la distanza di Q e V .
- iv) Determinate la retta r' perpendicolare alla retta r e passante per Q . Rappresentate graficamente r , r' e la parabola.

- b3) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x(x^2 - 5x + 6)}{x + 1} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : (x^2 - 4)(x^2 - 3x) < 0\}.$$

- i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale.
- ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme $A \times B$.
- iii) Determinate l'insieme $\mathbb{R} \setminus A$.
- iv) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:
- a) $3 \in B$; b) B non è un intervallo; c) $] -2, 0[\subseteq B$.

- b4) Siano date le funzioni $f : [-4, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [-2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ rappresentate in figura.



- i) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq f(x) \leq 1\}$. Dite se A è limitato, e se A ha massimo e/o minimo.
- ii) Rappresentate graficamente, nei rispettivi domini, le funzioni $x \mapsto 2f(x) - 1$ e $x \mapsto -g(x - 2)$.
- iii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo (risp. i punti di massimo e i punti di minimo) di g ristretta all'insieme $[-2, 1]$.

- b5) Siano $f : [-1, 8] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ -\sqrt[3]{x} - 1 & \text{se } 1 < x \leq 8 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -x^4 + 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x^2} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
- ii) Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : f([-1, 8]) \rightarrow [-1, 8]$.
- iii) Determinate l'insieme di definizione della funzione composta $f \circ g$ e scrivete poi, dove è definita, l'espressione della funzione $f \circ g$.