

COGNOME _____
 NOME _____
 MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
 CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE - CdL IN FILOSOFIA
 VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA
 A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 21 - 25 NOVEMBRE 2011

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 - 1)$; $\lim_{x \rightarrow 8^-} (2\sqrt[3]{x} + \log_2 x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 14}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x^4 - 1}$;
 b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x^4 - 1}$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x^3 + 1}$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x^3 + 1}$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2^x + x}{x}$;
 c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - 2^{x+1}}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - 2^{x+1}}{x^2}$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x-1)^3}$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-1)^3}$;
 d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{-2} + 4}{3^{-x} + 2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x}{1 - 3^x}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x^4}{2x^3}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x} + 1}{1 + x}$.

2) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{(x+1)^2} & \text{se } x \leq -2 \\ -2|x+1| + 1 & \text{se } -2 < x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \log_2(x-1) & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

i) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione f .

iii) Studiate la continuità della funzione f .

iv) Determinate gli eventuali asintoti verticali e/o orizzontali di f .

3) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2^x}{|x|}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + x^3}{x^2 + e^x}$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{3x} - 1}{2x}$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{2x} - 1}{3x}$;

ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5^x - x}{\log_3 x - 3 \cdot 5^x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1 + x^{100})}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 3x)}{2x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5}{5^{-x} + x^5}$.

4) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

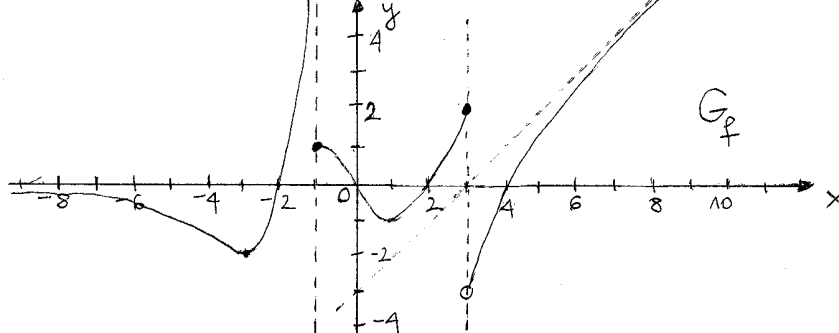
a) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ nel punto $(1, 1)$;

b) $g(x) = \frac{1}{x^2}$ nel punto $(-1, 1)$;

c) $h(x) = \log x$ nel punto $(e, 1)$.

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f , g ed h e le rette tangenti (nello stesso sistema riferimento) determinate precedentemente.

5) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Deducete dal grafico di f



i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$;

ii) i punti di discontinuità della f ;

iii) il segno della funzione f e rappresentatelo sulla retta reale;

iv) gli eventuali asintoti di f ;

v) il segno della derivata f' , dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale.

6) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

a) $4x^3 - x^{-2}$; $\frac{1 + x^3}{x}$; $\frac{e^x + 1}{4 - x^2}$; $2\sqrt{x} + \log x$;

b) $2^x(\sqrt[3]{x} + x)$; $(x^2 + 1)(\log_3 x + x)$; $\frac{x^2 + 3x}{e^x + 1}$; $(x^{-1} + \frac{1}{e^x}) \log x$.