| | |
|---|---|
| COGNOME ____________ <br> NOME ____________ <br> MATRICOLA ⎿⎿⎿⎿⎿⎿⎿⏌ | NON SCRIVERE QUI <br> 1 2 3 4 5 6 |

# UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

## CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE - CDL IN FILOSOFIA

## VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

## A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 28 NOVEMBRE - 2 DICEMBRE 2011

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

i) $f(x) = \dfrac{1}{(x+2)^2}$ nel punto $(-3,1)$;

ii) $g(x) = -\sqrt{x+2}$ nel punto $(2,-2)$;

iii) $h(x) = ||x-1|-2|$ nel punto $(2,1)$.

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f$, $g$ ed $h$ e le rette tangenti (nello stesso sistema riferimento) determinate precedentemente.

2) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ 2x^2 & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ -\dfrac{1}{x} + 3 & \text{se } x > 1\,. \end{cases}$$

i) Verificate che $f$ è continua in $x = 0$ e in $x = 1$.

ii) Calcolate $\displaystyle\lim_{h\to 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\displaystyle\lim_{h\to 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se $f$ è derivabile in $x = 0$.

iii) Calcolate $\displaystyle\lim_{h\to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ e $\displaystyle\lim_{h\to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$. Dite se $f$ è derivabile in $x = 1$.

iv) Determinate il segno della derivata $f'$ (dove esiste) e rappresentatela sulla retta reale.

3) i) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

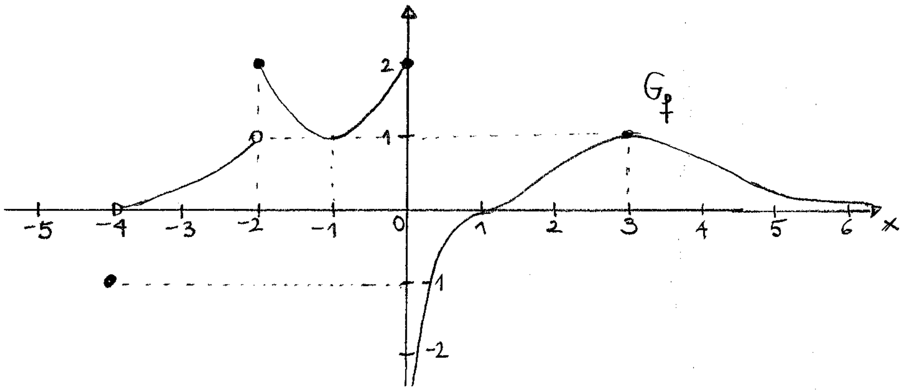
a) $3 + x^4 - x^{-2}$; $\quad \dfrac{x + x^2}{x^3 + 2}$; $\quad \dfrac{1}{4 - 3^x}$; $\quad \dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} - 1}$;

b) $(e^{2x} + x)\log_4 x$; $\quad \sqrt[4]{x+1} + 2^{1-x}$.

ii) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

$(x^2 + e^{-x})^{-1}$; $\quad e^{x^2 - x}$; $\quad \log(4x + e^x)^3$.

4) Sia $f : [-4, +\infty[ \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.




i) Calcolate $\lim_{x \to -2^-} f(x)$, $\lim_{x \to -2^+} f(x)$, $\lim_{x \to 0^-} f(x)$ e $\lim_{x \to 0^+} f(x)$.

ii) Determinate i punti di massimo e/o i punti di minimo locali di $f$ su $[-4, +\infty[$.

iii) Determinate i punti del grafico di $f$ in cui la retta tangente al grafico risulta essere orizzontale.

5) Delle seguenti funzioni

$$4x^3 - 3x^2\,; \qquad \frac{x^2}{4+x}\,; \qquad (x+1)e^{-x}\,; \qquad \log\left(\frac{x}{x+2}\right)$$

i) determinate l'insieme di definizione;

ii) determinate il segno;

iii) studiate il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti);

iv) studiate la continuità;

v) calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata);

vi) studiate (eventualmente) la convessità o concavità;

vii) tracciate un grafico qualitativo.