COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA ⊔⊔⊔⊔⊔⊔	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE - CDL IN FILOSOFIA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 14 - 18 NOVEMBRE 2011

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni/disequazioni:

$$x^2 \log_2 \frac{1}{2} + x \log e^3 + 2 \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} \leq 0\,; \qquad \frac{2^{|x+1|}}{4^x} = \frac{1}{2}\,; \qquad \log_3\left(3^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-1}\right) = -1\,.$$

2) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$\left(\frac{1}{e}\right)^{x^2-x} \geq 1\,; \qquad e^{-x} \cdot e^{-x^2+4} > \frac{1}{e^{-2x}}\,; \qquad \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-2x} - 4^x \leq 0\,; \qquad \log|x-1| \leq 0\,;$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(|x|+2) \leq -\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x}{3}\right)\,; \qquad \log_2(x^2-1) \leq 3\,; \qquad \log_3(1+x) - \log_3(|x|+2) \leq -1\,.$$

3) Rappresentate graficamente, nei loro insiemi di definizione, le seguenti funzioni:

$$\left|\left(\frac{1}{3}\right)^x - \frac{1}{3}\right|\,; \qquad \left|\log_2|x| - 1\right|\,; \qquad \left|\log_{\frac{1}{2}} x + 2\right|\,; \qquad \left|\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} - 1\right|\,.$$

4) i) Rappresentate graficamente la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -|x+2|+1 & \text{se } x \leq 0 \\ 3^x - 2 & \text{se } 0 < x < 1 \\ 1 + \log_{\frac{1}{2}} x & \text{se } x \geq 1\,. \end{cases}$$

ii) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[2,4]$? Determinate, se esistono, il massimo (p.ti di massimo) e il minimo (p.ti di minimo) di f su $[2,4]$.

iii) f soddisfa le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri su $[-2,0]$?

iv) Rappresentate sulla retta reale il segno di f.

5) Provate che l'equazione $x^4 = -4x+2$ ha una soluzione $x_0 \in [0,1]$. Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a}, \tilde{b}[\subset]0,1[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b}-\tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.

6) Deducete dal grafico di $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

i) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-1^-} f(x)$, $\lim_{x\to-1^+} f(x)$, $\lim_{x\to3^-} f(x)$, $\lim_{x\to3^+} f(x)$,

$\lim_{x\to5^-} f(x)$, $\lim_{x\to5^+} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ii) il segno di f e rappresentatelo sulla retta reale;

iii) i punti di discontinuità di f;

iv) l'eventuale massimo e minimo di f su $[5,7]$. Dite se f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass nell'intervallo $[5,7]$.