

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|

NON SCRIVERE QUI

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE - CdL IN FILOSOFIA
VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA
A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 7- 11 NOVEMBRE 2011

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} |x^3 - 1| & \text{se } x \leq 0 \\ |x - 1| & \text{se } 0 < x \leq 3 \\ \frac{1}{(x-2)^2} & \text{se } x > 3; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} |x^3| - 1 & \text{se } x \in]-1, 1[\\ \frac{1}{x^4} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- ii) Determinate, se esistono, (punti di) massimo e (punti di) minimo di f su $[-1, 3]$.
iii) Provate che g è una funzione pari.
iv) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione f .
v) Calcolate $(f \circ g)(1)$ e $(g \circ f)(1)$.

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} + 2 & \text{se } x < 1 \\ |\sqrt{x-1} - 1| & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

- ii) Determinate gli intervalli di monotonia della f .
iii) Determinate, se esistono, (punti di) massimo e (punti di) minimo di f su $[1, 5]$ (risp. su $[0, 10]$).
iv) Determinate l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq f(x) \leq 2\}$.
v) Rappresentate graficamente la funzione $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $g(x) = |f(x) - 1|$.

- 3) Siano $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = x^4 + |-2x| + 1$ e $g(x) = \frac{x - x^3}{x^2 + 1}$. Provate che f è una funzione pari, mentre g è una funzione dispari.

- 4) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni o disequazioni:

$$3|x - 1| \leq 12; \quad |-x^3 + x| = 0; \quad |x^2 - 3x| \geq 1; \quad ||x - 2| - 4| \leq 0.$$

5) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni o disequazioni:

$$3x^2 + x|x| = 2; \quad \frac{x^2 - 1}{|x| + 1} < 1; \quad 2x^2 - |x - 1| \leq 0; \quad x|x - 2| > 4.$$

ii) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni o disequazioni:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{|x+1|} < 2; \quad 3^{|x(x-4)|} \geq 1; \quad 4^{-|x|+2} = 1; \quad 5^{|x^2-2|} \geq -\frac{1}{5}.$$

6) i) Determinate $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}, \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}, \log_{\frac{1}{3}} 1, \log_{\frac{1}{3}} 3, \log_{\frac{1}{3}} 9$ e indicate le coppie $(x, \log_{\frac{1}{3}} x)$ individuate precedentemente sul grafico della funzione $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$.

ii) Rappresentate graficamente, nei loro insiemi di definizione, le seguenti funzioni $x \mapsto |1 - \log_{\frac{1}{3}} x|$ e $x \mapsto -2 \log_{\frac{1}{3}}(x + 1)$.
