

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

--	--	--	--	--	--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE - CdL IN FILOSOFIA
VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA
A.A. 2011-2012 — ROVERETO, 5 - 9 DICEMBRE 2011

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Usate il simbolo di sommatoria per scrivere le seguenti somme:

$$\frac{2}{2^x} - \frac{3}{4^x} + \frac{4}{8^x} - \cdots + \frac{10}{512^x};$$

$$2 + \frac{4}{3} + \frac{6}{5} + \cdots + \frac{30}{29}; \quad \frac{1}{3}x - \frac{2}{6}x^2 + \frac{4}{9}x^3 - \cdots - \frac{128}{24}x^8.$$

- ii) Calcolate

- a) $\sum_{j=1}^5 \text{perimetro}(R_j)$ e $\sum_{j=1}^5 \text{area}(R_j)$, dove R_j sono i rettangoli dati da

$$R_j = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq j^2; -\frac{j^2}{4} \leq y \leq \frac{j^2}{2}\};$$

- b) $\sum_{n=3}^8 f((-1)^n n)$, dove $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{se } x \leq 0 \\ 3x & \text{se } x > 0; \end{cases}$

- c) $\sum_{m=1}^5 (-1)^m \frac{m+1}{2m}$; $\sum_{k=2}^{39} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2} \right).$

-
- 2) Calcolate i seguenti integrali definiti interpretando gli integrali come aree:

$$\int_0^2 (-x+3) dx; \quad \int_{-1}^1 (-2|x|+3) dx; \quad \int_{-1}^3 \left(\frac{x}{2}+1\right) dx; \quad \int_{-2}^4 |1-|x|| dx; \quad \int_{-4}^2 (-2) dx.$$

-
- 3) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i) $\int_{-1}^0 (2^x - 1) dx$; $\int_1^2 \left(x^{-3} + \frac{1}{x}\right) dx$; $\int_0^1 \frac{x^2 - 1}{x + 1} dx$;

ii) $\int_1^2 (\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x}) dx$; $\int_1^2 \frac{x^3 - x^4}{x^2} dx$; $\int_{-2}^{-1} \left(e^x + \frac{1}{x}\right) dx.$

4) a) Provate che la funzione $F(x) = (x^2 - x + 1)e^x + 8$ è una primitiva di $f(x) = (x^2 + x)e^x$

su $\mathbb{R}$. Calcolate $\int_{-4}^2 f(x) dx$.

b) Calcolate l'area della regione piana delimitata

i) dal grafico di $f(x) = x^2$ e dal grafico di $g(x) = \sqrt[3]{x}$;

ii) dal grafico di $f(x) = \frac{1}{x}$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto $(2, \frac{1}{2})$ e dalla retta di equazione $x = 4$.

5) Sia $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ -2|x - 1| + 2 & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{x} & \text{se } 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f .

ii) Calcolate $\int_{-1}^3 f(x) dx$.

iii) Indicate nel grafico di f ciò che rappresenta l'integrale calcolato in ii).

iv) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-1, 4]$? Determinate gli eventuali i punti di massimo locale e i punti di minimo locale di f .

6) Delle seguenti funzioni

$$\frac{1}{x^2 e^x}; \quad \frac{1}{x^2 - x}; \quad \log\left(1 + \frac{1}{x^2}\right); \quad (x^2 + x)^3$$

i) determinate l'insieme di definizione;

ii) determinate il segno;

iii) studiate il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti);

iv) studiate la continuità;

v) calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata);

vi) studiate (eventualmente) la convessità o concavità;

vii) tracciate un grafico qualitativo.
