COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 26 - 30 NOVEMBRE 2012

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

i) $f(x) = \dfrac{1}{(x-1)^3}$ nel punto $(2,1)$;

ii) $g(x) = \sqrt{x+1}$ nel punto $(3,2)$;

iii) $h(x) = e^{-x+1}$ nel punto $(1,1)$.

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f, g ed h e le rette tangenti (nello stesso sistema riferimento) determinate precedentemente.

2) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ -x^2 + 4x - 2 & \text{se } x > 1\,. \end{cases}$$

i) Verificate che f è continua in $x = 0$ e in $x = 1$.

ii) Calcolate $\displaystyle\lim_{h\to 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\displaystyle\lim_{h\to 0+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x = 0$.

iii) Calcolate $\displaystyle\lim_{h\to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ e $\displaystyle\lim_{h\to 0+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x = 1$.

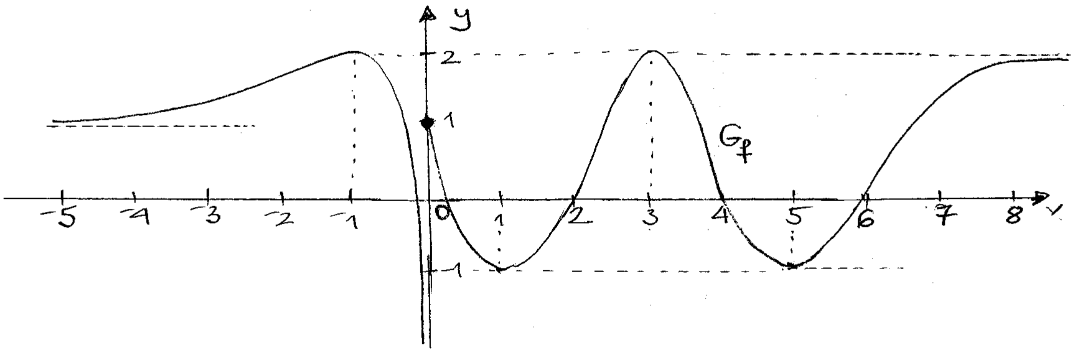
iv) Determinate il segno della derivata f' (dove esiste) e rappresentatela sulla retta reale.

3) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

i) $\dfrac{x + \log x}{e^x + x^{-2}}$; $\quad \dfrac{xe^x}{2 + 2^x}$; $\quad \dfrac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x} + \log_2 x}$;

ii) $(3x+1)^4$; $\quad (3x - e^{2x})^{-2}$; $\quad e^{x^2+2x}$; $\quad \log(5x + e^x + 1)^3$.

4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



i) Individuate eventuali asintoti di f.

ii) Determinate i punti di massimo e/o i punti di minimo locali di f su $\mathbb{R}$. Dite se sono punti di massimo e/o punti di minimo di f su $\mathbb{R}$.

iii) Determinate i punti del grafico di f in cui la retta tangente al grafico risulta essere orizzontale.

---

5) Delle seguenti funzioni

$$2x^3 + 3x^2\,; \qquad \frac{x^2}{2-x}\,; \qquad \frac{4x^2}{1+x^2}\,; \qquad x^2 e^{-x+1}\,; \qquad \log(2+x^4)$$

i) determinate l'insieme di definizione;

ii) determinate il segno;

iii) studiate il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti);

iv) studiate la continuità;

v) calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata);

vi) studiate (eventualmente) la convessità o concavità;

vii) tracciate un grafico qualitativo.