COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 22 - 26 OTTOBRE 2012

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

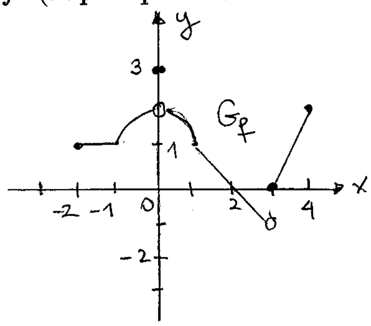
1) Sia $f:[-2,4]\to\mathbb{R}$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.

i) Determinate l'immagine di f.

ii) Rappresentate graficamente, nei rispettivi domini, le funzioni $x\mapsto -2f(x)+1$ e $x\mapsto f(x-1)$.

iii) Dite se la funzione f è limitata inferiormente/superiormente. Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di f (risp. i punti di massimo e i punti di minimo).

iv) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di f (risp. i punti di massimo e i punti di minimo) ristretta su $[3,4]$ (risp. su $]-2,1[$).



2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f:]-\infty,4]\to\mathbb{R}$ e $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definite da

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2} & \text{se } x<-1\\ -\sqrt[3]{x} & \text{se } -1\le x\le 1\\ (x-2)^3 & \text{se } 1<x\le 4;\end{cases}\qquad g(x)=\begin{cases}-4x & \text{se } x\le 0\\ -\sqrt{x} & \text{se } x>0\,.\end{cases}$$

ii) Determinate l'immagine di f e di g.

iii) Rappresentate graficamente la funzione inversa $g^{-1}:g(\mathbb{R})\to\mathbb{R}$.

iv) Dite se le funzioni f e g sono limitate. Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di f (risp. i punti di massimo e i punti di minimo).

v) Determinate l'insieme $\{x\in\mathbb{R}: 0\le f(x)\le 1\}$.

3) Siano $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = 1 - \frac{2}{(x-1)^4}\,; \qquad\qquad g(x) = -\sqrt[3]{x+1}\,.$$

i) Rappresentate graficamente f e g. Determinate la loro immagine.

ii) Calcolate, se possibile, i valori $(f+g)(0)\,,(fg)(0)\,,(\frac{g}{f})(-1)\,,(\frac{f}{g})(-1)$.

---

4) Siano $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : [0,+\infty[\to \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = x^3+1$ e $g(x) = \sqrt[4]{x}-1$.

i) Rappresentate graficamente f e g. Determinate l'immagine di f e g.

ii) Determinate l'insieme di definizione della funzione composta $g \circ f$ e l'insieme di definizione della funzione composta $f \circ g$. Scrivete poi, dove esistono, l' espressione della funzione $g \circ f$ e l'espressione della funzione $f \circ g$.

iii) Determinate l'insieme di definizione delle funzioni reciproche $\dfrac{1}{f(x)}$ e $\dfrac{1}{g(x)}$.

iv) Determinate l'insieme di definizione E della funzione $\dfrac{f(x)}{g(x)}$. Sia $h : E \to \mathbb{R}$ la funzione $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$. Rappresentate sulla retta reale il segno di h.

---

5) Siano $f : [-1,+\infty[\to]-\infty,1]$ e $g :]-1,1] \to [-2,+\infty[$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2-1 & \text{se } -1 \le x \le 0 \\ -x^3-1 & \text{se } x > 0\,; \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x} - 1 & \text{se } -1 < x < 0 \\ -2\sqrt{x} & \text{se } 0 \le x \le 1\,. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f e g e le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1}.

ii) Determinate, se esistono, il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e i punti di massimo) di f e g.

iii) Determinate, se esistono, il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e i punti di massimo) di g^{-1} su $[-2,+\infty[$.