COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA ⌊⌊⌊⌊⌊⌊⌋	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 12 - 16 NOVEMBRE 2012

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni/disequazioni:

$$x^2 \log e - x\log_2 32 + 6\log_{10} 10 > 0\,; \quad 3^{-|x|+1}9^{-2} = \frac{1}{3^4}\,; \quad \log_2 2^x + \log_2\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+1} = -3\,.$$

2) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-x^2} < 1\,; \quad e^x \cdot e^{3-x^2} \le \frac{1}{e^x}\,; \quad \left(\frac{1}{5}\right)^x - 5^{x^2-2x} \le 0\,; \quad \log_{\frac{1}{3}}|x+1| > 0\,;$$

$$\log_3(|x|+1) > -\log_3 9\,; \quad \log_{\frac{1}{3}}(x-1) > 2\,; \quad \log_2(1-x) - \log_2(|x|+1) > -1\,.$$

3) Rappresentate graficamente, nei loro insiemi di definizione, le seguenti funzioni:

$$|2^x - 2|\,; \quad |\log_{\frac{1}{3}}|x| + 1|\,; \quad |4^{-|x|} - 1|\,.$$

4) i) Rappresentate graficamente la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -|x| + 1 & \text{se } x \in [-1, 1] \\ |\frac{1}{x^2} - 1| & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ii) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-1, 3]$? (la continuità di f basta giustificarla graficamente). Determinate, se esistono, il massimo (punti di massimo) e il minimo (punti di minimo) di f su $[-1, 3]$.

iii) f soddisfa le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri su $[0, 2]$? f ha uno zero su $[0, 2]$?

5) Provate che l'equazione $x^3 = -3x + 1$ ha una soluzione $x_0 \in [0, 1]$. Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a}, \tilde{b}[\subset]0, 1[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \le \frac{1}{4}$.

6) Deducete dal grafico di $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

i) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-1^-} f(x)$, $\lim_{x\to-1^+} f(x)$,

$\lim_{x\to1^-} f(x)$, $\lim_{x\to1^+} f(x)$, $\lim_{x\to2^-} f(x)$, $\lim_{x\to2^+} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ii) il segno di f e rappresentatelo sulla retta reale;

iii) i punti di discontinuità di f;

iv) l'eventuale massimo e minimo di f su $[-1,1]$. Dite se f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass nell'intervallo $[-1,2]$.