

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

CDL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 30 OTTOBRE 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A =] -\infty, 2[$ e $B = \{-3\} \cup [1, 4]$. Determinate l'insieme $A \setminus B$.

Risposta:

a2) Sia $A =] -2, 4[\cup \{5\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

- (i) $\min A = -2$; (ii) $\{3\} \in \mathcal{P}(A)$; (iii) A è un intervallo; (iv) A è limitato.

Risposta:

a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: " $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{Z} : x + y = 0$ ".

Risposta:

a4) Determinate tutti gli $a \in \mathbb{R}$ tali che l'equazione $x^2 - 2x = a$ ha almeno una soluzione.

Risposta:

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 = 4, y^2 \leq 1\}$.

Risposta:

a6) Scrivete l'equazione della retta r di pendenza $m = -2$ e passante per il punto $P = (-1, 2)$.

Risposta:

a7) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $x^2 + 4(y - 1)^2 > 4$.

Risposta:

a8) Risolvete la seguente disequazione $\frac{x+1}{x} < 2$.

Risposta:

a9) Sia $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -2x & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ x+1 & \text{se } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a10) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = x^3 + 1.$$

Determinate $(f + g)(1)$ e $(fg)(-2)$.

Risposta:

- b1) i) Siano \mathcal{A} e \mathcal{B} due proposizioni. Provate che la proposizione ” \mathcal{A} e \mathcal{B} ” è equivalente alla proposizione ”**non**(**non** \mathcal{A} o **non** \mathcal{B})”.
- ii) Scrivete in matematiche (individuando un opportuno predicato) la seguente proposizione: ”Ogni settimana c’è almeno uno studente del CdL in STPC che consegna la verifica settimanale in ritardo.”

-
- b2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l’insieme S delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} y - x^2 + 4 \geq 0 \\ y + 2x - 4 \leq 0 \\ 4x^2 + (y - 2)^2 > 1. \end{cases}$$

- ii) Determinate l’equazione delle rette orizzontali che non intersecano mai l’insieme S .

-
- b3) i) Determinate il centro C dell’iperbole di equazione

$$x^2 - 4y^2 - 2x - 16y - 19 = 0.$$

- ii) Scrivete l’equazione della retta r passante per C e per l’origine $O = (0, 0)$. Provate che r non interseca mai l’iperbole.
- iii) Scrivete l’equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per C e determinate il suo punto d’intersezione S con l’asse delle ascisse.
- iv) Rappresentate graficamente r , r' e l’iperbole nello stesso sistema di riferimento.

-
- b4) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2(x^2 - x - 6)}{-x^2 - 1} > 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x-2} \geq -x\}.$$

- i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale. Dite se sono insiemi limitati.
- ii) Determinate gli insiemi $A \cap B$ e $\mathbb{R} \setminus B$. Dite se A e B sono insiemi disgiunti.
- iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l’insieme $A \times B$.

-
- b5) Siano $f : [-1, 2] \rightarrow [-7, 2]$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = -x^3 + 1 \quad g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} + 1 & \text{se } x \leq -1 \\ x^4 & \text{se } -1 < x < 1 \\ \frac{1}{x^4} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
- ii) Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : [-7, 2] \rightarrow [-1, 2]$.
- iii) Determinate $g(\mathbb{R})$. La funzione g è suriettiva?
- iv) Dite, motivando la risposta, se g è iniettiva.
- v) Rappresentate graficamente nel suo dominio la funzione $x \mapsto -g(x+1)$.
- vi) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo e i punti di massimo e i punti di minimo della funzione g su \mathbb{R} .
- vii) Determinate $(f \circ g)(-1)$.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

CDL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 30 OTTOBRE 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A =] -2, +\infty [$ e $B = [1, 3] \cup \{4\}$. Determinate l'insieme $A \setminus B$.

Risposta:

a2) Sia $A = [-2, 3] \cup \{4\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

- (i) $\min A = -2$; (ii) $\{2, 3\} \in \mathcal{P}(A)$; (iii) A è un intervallo; (iv) $4 \in A$.

Risposta:

a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: $\exists x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{N}, x \leq y$.

Risposta:

a4) Determinate tutti gli $a \in \mathbb{R}$ tali che l'equazione $x^2 - 2x = a$ non ha soluzione.

Risposta:

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq 1, y^2 = 4\}$.

Risposta:

a6) Scrivete l'equazione della retta r di pendenza $m = 2$ e passante per il punto $P = (1, -2)$.

Risposta:

a7) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $4(x - 1)^2 + y^2 < 4$.

Risposta:

a8) Risolvete la seguente disequazione $\frac{x-1}{x} \geq 2$.

Risposta:

a9) Sia $f : [-4, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } -4 \leq x < 0 \\ -4x & \text{se } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a10) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{se } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad g(x) = -x^3 + 1.$$

Determinate $(f + g)(2)$ e $(fg)(-1)$.

Risposta:

- b1) i) Determinate il centro C dell'iperbole di equazione

$$-4x^2 + y^2 + 8x + 4y - 4 = 0.$$

ii) Scrivete l'equazione della retta r passante per C e per il punto $P = (3, 0)$. Provate che r non interseca mai l'iperbole.

iii) Scrivete l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per C e determinate il suo punto d'intersezione S con l'asse delle ascisse.

iv) Rappresentate graficamente r , r' e l'iperbole nello stesso sistema di riferimento.

- b2) i) Siano \mathcal{A} e \mathcal{B} due proposizioni. Provate che la proposizione " $\mathcal{A} \text{ o } \mathcal{B}$ " è equivalente alla proposizione " $\text{non}(\text{non}\mathcal{A} \text{ e } \text{non}\mathcal{B})$ ".

ii) Scrivete in matematiche (individuando un opportuno predicato) la seguente proposizione: "Ogni anno accademico c'è almeno uno studente del CdL in STPC che supera l'esame di Analisi Matematica con il voto 30/30 e lode."

- b3) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme S delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} y + x^2 - 4 \leq 0 \\ y + 2x + 4 \geq 0 \\ x^2 + 4(y - 1)^2 \geq 1. \end{cases}$$

ii) Determinate l'equazione delle rette orizzontali che non intersecano mai l'insieme S .

- b4) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2(x^2 - 2x - 3)}{-x^2 - 1} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x+1} < -x\}.$$

- i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale. Dite se sono insiemi limitati.
ii) Determinate gli insiemi $A \cap B$ e $\mathbb{R} \setminus B$. Dite se A e B sono insiemi disgiunti.
iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme $A \times B$.

- b5) Siano $f : [-1, 4] \rightarrow [-2, 6]$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow [-2, 1]$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} - 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 2x - 2 & \text{se } 1 < x \leq 4 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{se } x \leq -1 \\ -x^4 - 1 & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ \frac{1}{x^2} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
ii) Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : [-2, 6] \rightarrow [-1, 4]$.
iii) Determinate $g(\mathbb{R})$. La funzione g è suriettiva?
iv) Dite, motivando la risposta, se g è iniettiva.
v) Rappresentate graficamente nel suo dominio la funzione $x \mapsto -g(x - 1)$.
vi) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo e i punti di massimo e i punti di minimo della funzione g su \mathbb{R} .
vii) Determinate $(f \circ g)(-1)$.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

C

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

CDL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 30 OTTOBRE 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A =] -\infty, 3[$ e $B = \{-2\} \cup [2, 4]$. Determinate l'insieme $A \setminus B$.

Risposta:

a2) Sia $A =] -3, 4] \cup \{5\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

- (i) $\min A = -3$; (ii) $\{2, 3\} \in \mathcal{P}(A)$; (iii) A non è un intervallo; (iv) A è limitato.

Risposta:

a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: " $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{Z} : x - y = 0$ ".

Risposta:

a4) Determinate $a \in \mathbb{R}$ tale che l'equazione $x^2 - 3x = a$ ha una ed una sola soluzione.

Risposta:

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq 4, y^2 = 1\}$.

Risposta:

a6) Scrivete l'equazione della retta r di pendenza $m = 2$ e passante per il punto $P = (-1, 2)$.

Risposta:

a7) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $9(x - 2)^2 + y^2 \leq 9$.

Risposta:

a8) Risolvete la seguente disequazione $\frac{x-1}{x} \geq 3$.

Risposta:

a9) Sia $f : [-3, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 1 & \text{se } -3 \leq x < 0 \\ -3x & \text{se } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a10) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{se } x < 0 \\ 2x^2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad g(x) = x^2 - 1.$$

Determinate $(f + g)(-1)$ e $(fg)(2)$.

Risposta:

- b1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme S delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} y + x^2 - 4 < 0 \\ y - 2x + 4 \geq 0 \\ x^2 + 9(y + 1)^2 \geq 1. \end{cases}$$

- ii) Determinate l'equazione delle rette orizzontali che non intersecano mai l'insieme S .

- b2) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2(x^2 + 2x - 3)}{-x^2 - 1} \geq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x+2} < -x\}.$$

- i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale. Dite se sono insiemi limitati.
 ii) Determinate gli insiemi $A \cap B$ e $\mathbb{R} \setminus B$. Dite se A e B sono insiemi disgiunti.
 iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme $A \times B$.

- b3) i) Siano \mathcal{P} e \mathcal{Q} due proposizioni. Provate che la proposizione " $\mathcal{P} \circ \mathcal{Q}$ " è equivalente alla proposizione "**non**(**non** \mathcal{P} e **non** \mathcal{Q})".

- ii) Scrivete in matematiche (individuando un opportuno predicato) la seguente proposizione: "C'è almeno uno studente del CdL in STPC che consegna tutte le verifiche settimanali via e-mail."

- b4) i) Determinate il centro C dell'iperbole di equazione

$$-4x^2 + y^2 - 8x - 4y - 4 = 0.$$

- ii) Scrivete l'equazione della retta r passante per C e per il punto $P = (-3, 0)$. Provate che r non interseca mai l'iperbole.
 iii) Scrivete l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per C e determinate il suo punto d'intersezione S con l'asse delle ascisse.
 iv) Rappresentate graficamente r , r' e l'iperbole nello stesso sistema di riferimento.

- b5) Siano $f : [-1, 4] \rightarrow [-2, 1]$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} - 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} & \text{se } 1 < x \leq 4 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{se } x \leq -1 \\ x^4 & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ 0 & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
 ii) Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : [-2, 1] \rightarrow [-1, 4]$.
 iii) Determinate $g(\mathbb{R})$. La funzione g è suriettiva?
 iv) Dite, motivando la risposta, se g è iniettiva.
 v) Rappresentate graficamente nel suo dominio la funzione $x \mapsto -g(x - 1)$.
 vi) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo e i punti di massimo e i punti di minimo della funzione g su \mathbb{R} .
 vii) Determinate $(f \circ g)(-1)$.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

CDL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 30 OTTOBRE 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A =]3, +\infty[$ e $B = [1, 4] \cup \{5\}$. Determinate l'insieme $A \setminus B$.

Risposta:

a2) Sia $A =]-1, 4[\cup \{5\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

- (i) $\max A = 5$; (ii) $\{-1\} \in \mathcal{P}(A)$; (iii) A è un intervallo; (iv) A è limitato.

Risposta:

a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: " $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{Q} : x + 2y = 0$ ".

Risposta:

a4) Determinate tutti gli $a \in \mathbb{R}$ tali che l'equazione $x^2 - x = a$ non ha soluzioni.

Risposta:

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 = 1, y^2 \leq 9\}$.

Risposta:

a6) Scrivete l'equazione della retta r di pendenza $m = -2$ e passante per il punto $P = (1, 2)$.

Risposta:

a7) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $x^2 + 9(y - 2)^2 > 9$.

Risposta:

a8) Risolvete la seguente disequazione $\frac{x+1}{x} < 3$.

Risposta:

a9) Sia $f : [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -2x^2 & \text{se } -2 \leq x < 0 \\ x + 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Determinate l'immagine di f .

Risposta:

a10) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^3 & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1}{x^2} & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = x^2 + 1.$$

Determinate $(f + g)(1)$ e $(fg)(-1)$.

Risposta:

- b1) i) Siano \mathcal{P} e \mathcal{Q} due proposizioni. Provate che la proposizione " \mathcal{P} e \mathcal{Q} " è equivalente alla proposizione " **non**(**non** \mathcal{P} o **non** \mathcal{Q})".
- ii) Scrivete in matematiche (individuando un opportuno predicato) la seguente proposizione: "Ogni settimana c'è almeno una fabbrica italiana in agitazione per sciopero."

-
- b2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme S delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} y - x^2 + 4 \geq 0 \\ y - 2x - 4 < 0 \\ 4x^2 + (y + 1)^2 > 1. \end{cases}$$

- ii) Determinate l'equazione delle rette orizzontali che non intersecano mai l'insieme S .

-
- b3) i) Determinate il centro C dell'iperbole di equazione

$$x^2 - 4y^2 + 2x + 16y - 19 = 0.$$

- ii) Scrivete l'equazione della retta r passante per C e per l'origine $O = (0, 0)$. Provate che r non interseca mai l'iperbole.
- iii) Scrivete l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per C e determinate il suo punto d'intersezione S con l'asse delle ascisse.
- iv) Rappresentate graficamente r , r' e l'iperbole nello stesso sistema di riferimento.

-
- b4) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2(x^2 + x - 6)}{-x^2 - 1} > 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x-1} \geq -x\}.$$

- i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale. Dite se sono insiemi limitati.
- ii) Determinate gli insiemi $A \cap B$ e $\mathbb{R} \setminus B$. Dite se A e B sono insiemi disgiunti.
- iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme $A \times B$.

-
- b5) Siano $f :]-1, 2] \rightarrow [-7, 2[$ e $g :]-\infty, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = -x^3 + 1 \quad g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ -x^4 + 1 & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{se } 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente f e g .
- ii) Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : [-7, 2[\rightarrow]-1, 2]$.
- iii) Determinate $g(\mathbb{R})$. La funzione g è suriettiva?
- iv) Dite, motivando la risposta, se g è iniettiva.
- v) Rappresentate graficamente nel suo dominio la funzione $x \mapsto -g(x+1)$.
- vi) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo e i punti di massimo e i punti di minimo della funzione g su \mathbb{R} .
- vii) Determinate $(f \circ g)(-1)$.