

COGNOME _____
 NOME _____
 MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 10 - 14 DICEMBRE 2012

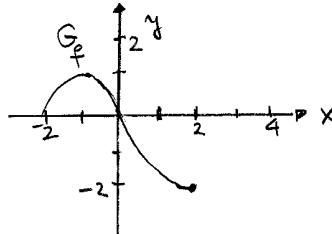
Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Studiate la funzione definita da $f(x) = x^3 e^{-x}$ e tracciatene un grafico qualitativo.
 ii) Determinate l'eq. della retta r tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 3$.
 iii) Provate che la funzione $F(x) = e^{-x}(-x^3 - 3x^2 - 6x - 6)$ è una funzione primitiva di f .
 iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalla retta r e dalla retta di equazione $x = 5$.

- 2) Calcolate i seguenti integrali definiti:

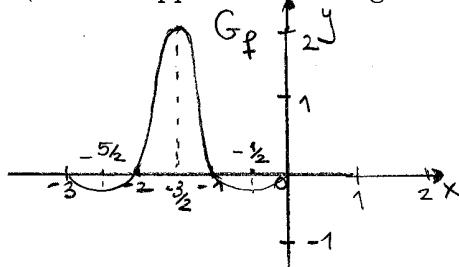
$$\begin{array}{lll} \text{i)} \int_0^1 (3x+1)^4 dx; & \int_0^1 [(e^x+3)^{-2} e^x + \frac{1}{3x+3}] dx; & \int_4^5 4(4x+1)^{-1} dx; \\ \text{ii)} \int_0^1 x e^{3x^2} dx; & \int_{-1}^0 (x^2+2)^{-1} x dx; & \int_{-2}^2 e^{-|x|} dx. \end{array}$$

- 3) Sia $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



- i) Rappresentate il segno di f e della derivata f' , dove esiste.
- ii) Sia $F : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$.
 Determinate gli eventuali intervalli di monotonia di F .
- iii) Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 2, f(x) \geq 0\}$. Provate che $\text{area}(E) > 1$.
- iv) Disegnate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F .

4) Sia $f : [-3, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



i) Rappresentate il segno di f e della derivata f' , dove esiste.
 ii) Sia $F : [-3, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-3}^x f(t) dt$. Determinate gli eventuali punti critici di F .
 iii) Disegnate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F .
 iv) Determinate, se esistono, il minimo e il massimo di F su $[-3, 0]$.

5) Determinate l'area della regione piana E (e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano) specificata negli esercizi seguenti:

i) delimitata dal grafico della funzione $f(x) = \frac{1}{x+1}$ e dalle rette di equazione $y = x + 1$ e $x = 2$;
 ii) delimitata dal grafico della funzione $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$, dal grafico della funzione $g(x) = (\frac{1}{2})^x$ e dalla retta di equazione $x = -1$;
 iii) delimitata dal grafico della funzione $f(x) = x^4$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto $(1, 1)$ e dall'asse y ;
 iv) delimitata dai grafici delle funzioni $f(x) = x^4 - x^2$ e $g(x) = -|x| + 1$;
 v) delimitata dai grafici delle funzioni $f(x) = x^3 - x$ e $g(x) = x^2 - 1$;
 vi) delimitata dai grafici delle funzioni $f(x) = |x^2 - 1|$ e $g(x) = \frac{x^2}{2} + 1$.

6) i) Dite in quanti modi potete disporre in fila 7 ragazzini e 8 ragazzine se agli estremi della fila devono esserci sempre dei ragazzini? Dite in quanti modi potete invece disporre in fila 7 cubi rossi e 8 cubi blu (i cubi differiscono solo per il colore) se agli estremi della fila devono esserci sempre dei cubi blu?
 ii) In un cesto natalizio volete mettere 3 tipi di frutta scelta tra 9 tipi di frutta diversa. In quanti modi diversi potete riempire il vostro cesto?
 iii) Dovete svolgere 4 quesiti a vostra scelta di un test contenente 7 quesiti. Quante sono le possibili sequenze in cui potete svolgere il test se ogni quesito lo affrontate una sola volta?
 iv) Quanti numeri di 7 cifre si possono formare con 1,1,2,2,3,5,9?