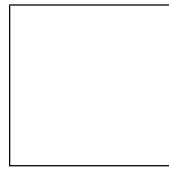


COGNOME _____
 NOME _____
 MATRICOLA | | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|



UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
 CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 3 - 7 DICEMBRE 2012

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) i) Usate il simbolo di sommatoria per scrivere le seguenti somme:

$$-\frac{a^2}{3} + \frac{a^4}{5} - \frac{a^6}{7} + \cdots + \frac{a^{20}}{21}; \quad \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + 1 + \frac{8}{5} + \cdots + \frac{512}{11};$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \cdots + \frac{1}{20}x^{10} - \frac{1}{30}x^{11}.$$

ii) Calcolate

a) $\sum_{j=1}^4$ perimetro (T_j) e $\sum_{j=1}^8$ area (T_j), dove T_j sono i triangoli dati da

$$T_j = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq -j|x| + j\};$$

b) $\sum_{n=1}^5 f(n)$, dove $f(x) = \log\left(\frac{1}{e^x}\right)$;

c) $\sum_{m=0}^6 \int_m^{m+1} |x-2| dx; \quad \sum_{k=2}^{40} \left(\frac{1}{k(k-1)} - \frac{1}{k(k+1)} \right).$

2) Calcolate i seguenti integrali definiti interpretando gli integrali come aree:

$$\int_{-1}^3 (x+2) dx; \quad \int_{-1}^1 (-4|x|+4) dx; \quad \int_{-1}^1 (2|x|-4) dx; \quad \int_2^5 (-3) dx; \quad \int_{-1}^2 (2x+2) dx.$$

3) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i) $\int_1^2 (x^{-2} + \frac{1}{x^3}) dx; \quad \int_{-3}^{-2} (e^x + \frac{2}{x}) dx; \quad \int_1^4 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} + x^2 \right) dx;$

ii) $\int_{-1}^3 (3^x + \sqrt[3]{x}) dx; \quad \int_1^2 \frac{2x^3 - 4x^2}{x} dx; \quad \int_0^1 \frac{e^{2x} - 1}{e^x + 1} dx.$

4) a) Calcolate l'area della regione piana delimitata

i) dal grafico di $f(x) = x^4$ e dal grafico di $g(x) = \sqrt[3]{x}$;

ii) dal grafico di $f(x) = e^x - 1$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto $(0, 0)$ e dalla retta di equazione $x = 1$.

b) Provate che la funzione $F(x) = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right) \log x - \frac{x^3}{9} - \frac{x^2}{4}$ è una primitiva di $f(x) = (x^2 + x) \log x$ su $]0, +\infty[$. Calcolate $\int_1^e f(x) dx$.

5) Sia $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } -2 \leq x \leq -1 \\ x^4 & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ \frac{2}{x} & \text{se } 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f .

ii) Calcolate $\int_{-2}^3 f(x) dx$.

iii) Indicate nel grafico di f ciò che rappresenta l'integrale calcolato in ii).

iv) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e punti di minimo locale di f .

6) i) a) Studiate la funzione (insieme di definizione; segno; comportamento agli estremi del dominio, asintoti; continuità; derivata e punti critici; natura dei punti critici (usando il segno della derivata); convessità/concavità)

$$g(x) = \frac{1}{x(x-2)}$$

e tracciatene un grafico qualitativo.

b) Provate che $G(x) = \frac{1}{2}(\log(x-2) - \log x)$ è una primitiva di $g(x)$ su $]2, +\infty[$.

c) Calcolate l'area della regione piana E delimitata dal grafico di g e dalle rette di equazione $x = 3$, $x = 4$ e $y = 0$.

ii) a) Studiate la funzione (insieme di definizione; segno; comportamento agli estremi del dominio, asintoti; continuità; derivata e punti critici; natura dei punti critici (usando il segno della derivata))

$$h(x) = (2x^2 + 3x)e^x$$

e tracciatene un grafico qualitativo.

b) Provate che $H(x) = (2x^2 - x + 1)e^x$ è una primitiva di $h(x)$ su \mathbb{R} .

c) Calcolate $\int_0^1 h(x) dx$.
