

Università degli Studi di Trento - Facoltà di Scienze Cognitive
 CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva
 CdL in Interfacce e Tecnologie della Comunicazione - CdL in Filosofia
 VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA (CONCETTI DI ALGEBRA)
 a.a. 2012/13 - Rovereto, 15-19 ottobre 2012

1) i) $\text{dom } f =]-\infty, 4]$. ☐

ii) $f(0)=2$, $f(1)=-1$, $f(3)=0$. ☐

iii) $(0,1) \notin \text{graf } f$ $(3,0) \in \text{graf } f$. ☐

iv) $f(]-\infty, 4]) = [-1, 2]$. ☐

v) $x_1=2$, $x_2=3 \Rightarrow f(x_1)=f(x_2)=0$ ☐

(oppure, altro esempio, $x_1=0$, $x_2=4 \Rightarrow f(x_1)=f(x_2)=2$). ☒

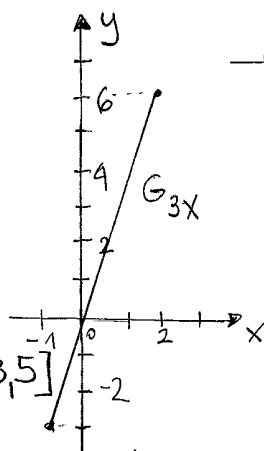
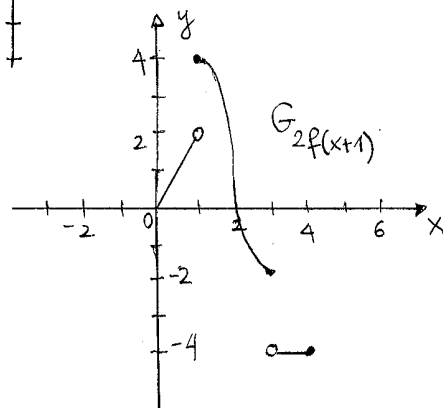
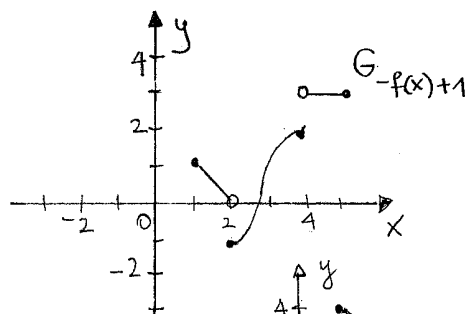
2) i) f non è iniettiva. Infatti, basta prendere $x_1=1 \neq x_2=3$
 e si ha $f(x_1)=f(x_2)=0$.

Prendiamo $A=[2,4]$ e f ristretta ad A risulta iniettiva. ☐

ii) $f([4,5]) = \{-2, -1\}$.

$x \mapsto -f(x)+1$
 $\uparrow$
 $[1,5]$

$x \mapsto 2f(x+1)$
 $\uparrow$
 $[0,4]$



3) i) $f([-1,2]) =$

$= [-3, 6] \not\subset [-3, 5]$

ii) $f(0)$ non è ben definito! perché si ha $f(0)=3$ e $f(0)=0$!!

Quindi non si ha che per ogni $x \in A$ esiste uno ed un solo $f(x)$.

iii) f non è definita in $x = -1 \in \text{dom } f$. ■

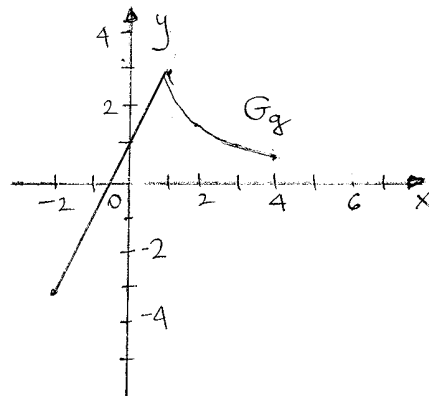
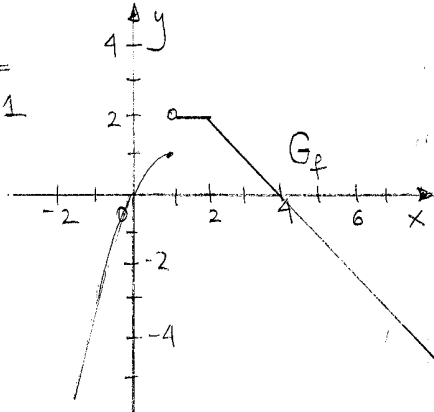
4) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & \text{se } x \leq 1 \\ 2 & \text{se } 1 < x \leq 2 \\ -x + 4 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

$g: [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$

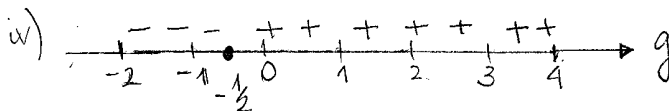
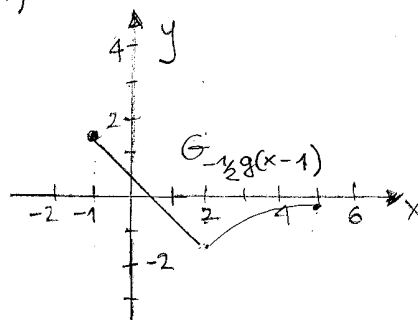
$$g(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{se } -2 \leq x \leq 1 \\ 3/x & \text{se } 1 < x \leq 4 \end{cases}$$

ricorda:
 $-x^2 + 2x =$
 $-(x-1)^2 + 1$



ii) Se $k \leq 1$, $\exists$ due soluzioni dell'eq. $f(x) = k$;
 se $1 < k < 2$, $\exists$ una soluzione " $\quad$ ";
 se $k = 2$, $\exists$ infinite soluzioni dell'eq. $f(x) = k$;
 se $k > 2$, $\nexists$ soluzioni dell'eq. $f(x) = k$. □

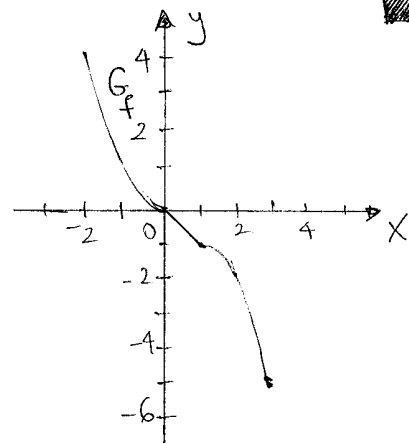
iii) $x \mapsto -\frac{1}{2}g(x-1)$
 $\cap$
 $[-1, 5]$



5) $f: [-2, 3] \rightarrow [-5, 4]$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } -2 \leq x < 0 \\ -x & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ -x^2 + 2x - 2 & \text{se } 1 < x \leq 3 \end{cases}$$

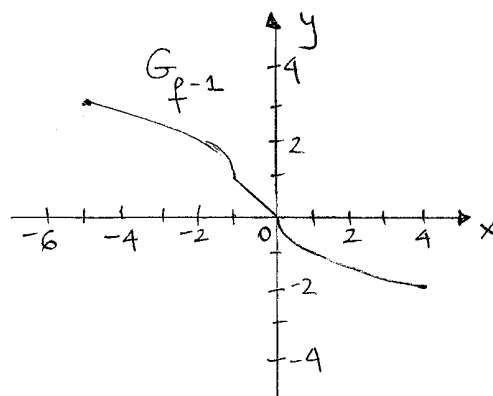
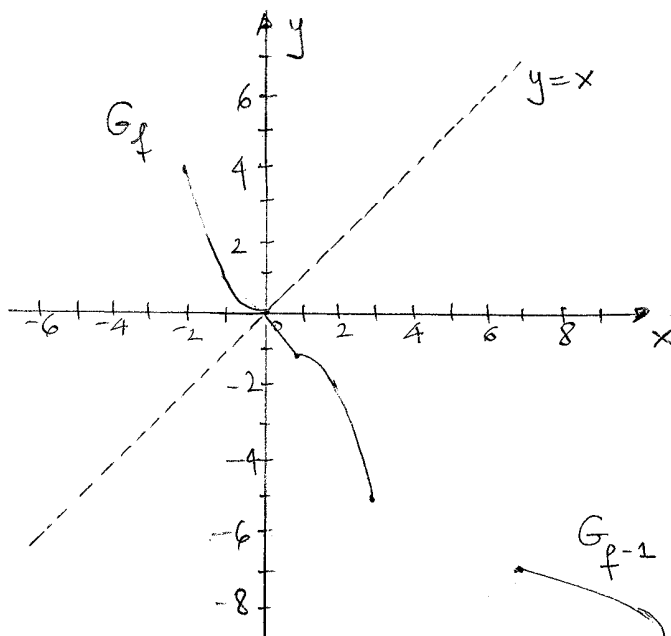
Abbiamo $-x^2 + 2x - 2 = -(x^2 - 2x) - 2$
 $= -(x-1)^2 - 1$



f è iniettiva: infatti, $f_1(x) = x^2$ è iniettiva su $[-2, 0[$, $f_2(x) = x$ è iniettiva su $[0, 1]$ e $f_3(x) = -x^2 + 2x - 2 = -(x-1)^2 - 1$ è iniettiva su $]1, 3]$.

Siano ora $x_1 \in [-2, 0[$ e $x_2 \in [0, 1]$, allora si ha $f(x_1) = f_1(x_1) > f_2(x_2) = f(x_2)$; analogamente per $x_1 \in [-2, 0[$ e $x_2 \in]1, 3]$ oppure $x_1 \in [0, 1]$ e $x_2 \in]1, 3]$. Quindi si ha che $\forall x_1, x_2 \in [-2, 3]$ con $x_1 \neq x_2$ si ha, $f(x_1) \neq f(x_2)$ provando l'injectività di f .

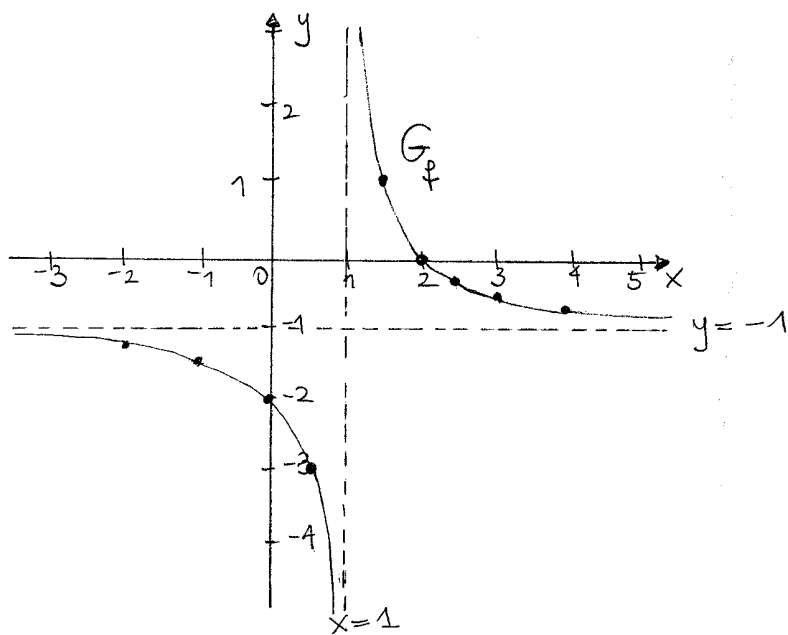
Perché $f([-2, 3]) = [-5, 4]$, si ha che f è anche surgettiva; quindi abbiamo che f è biiettiva, e quindi $\exists f^{-1}: [-5, 4] \rightarrow [-2, 3]$.



6) i) $\text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, dove $f(x) = -1 + \frac{1}{x-1}$.

$(-2, -\frac{4}{3})$	$(\frac{3}{2}, 1)$	$(4, -\frac{2}{3})$
$(-1, -\frac{3}{2})$	$(2, 0)$	
$(0, -2)$	$(\frac{5}{2}, -\frac{1}{3})$	
$(\frac{1}{2}, -3)$	$(3, -\frac{1}{2})$	

-4-



ii) $\text{dom } g = [1, +\infty[$, dove $g(x) = -\sqrt{x-1} + 1$.

(1, 1) (10, -2)

(2, 0) (17, -3)

(5, -1)

