| | | | |
|---|---|---|---|
| COGNOME ______________ | | NON SCRIVERE QUI | A |
| NOME ______________ | | 1 2 3 4 5 6 | |
| MATRICOLA ⌊⌊⌊⌊⌊⌊⌋ | | | |

# UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

## CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
## CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
## CDL IN FILOSOFIA

## SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

## A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 20 DICEMBRE 2012

---

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
**Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.**
**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

---

1) i) Calcolate

$$\int_1^2 \frac{3x^2+\sqrt{x}}{x^3}\,dx\,; \qquad \int_0^3 \big||x-1|-2\big|\,dx\,; \qquad \sum_{n=1}^{4}\Big[\int_n^{n+1}\Big(e^{2x}+\frac{1}{x+3}\Big)\,dx\Big]\,.$$

ii) Calcolate $\displaystyle\sum_{k=2}^{5}(-1)^k\frac{k}{k^2-1}$.

iii) Scrivete l'espressione $\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{5}x^3+\frac{8}{7}x^4+\cdots+\frac{256}{17}x^9$ usando il simbolo di sommatoria.

---

2) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x+1}+1 & \text{se } x<-1\\ -3^x & \text{se } -1\le x\le 0\\ (x-1)^4 & \text{se } 0<x\le 2\\ -(x-3)^3 & \text{se } x>2\,.\end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di $f$.
ii) Calcolate $\lim_{x\to-\infty}f(x)$; $\lim_{x\to-1^-}f(x)$; $\lim_{x\to0^+}f(x)$; $\lim_{x\to2^+}f(x)$; $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.
iii) Determinate i punti di discontinuità di $f$ su $\mathbb{R}$ e gli eventuali asintoti.
iv) Determinate gli eventuali i punti di massimo locale e i punti di minimo locale di $f$.
v) $f$ soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[0,2]$? $f$ assume massimo e/o minimo su $[0,2]$? Motivate le risposte.
vi) Calcolate $\displaystyle\int_{-1}^{2}f(x)\,dx$.

3) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$x|x-3|+x^2 \leq 2\,; \qquad \frac{e^{-x^2}e^{2x}}{e^{|x|}} \leq 1\,; \qquad \log_{\frac{1}{3}}(x^2-1)+\log_3(x+5) < 0\,.$$

---

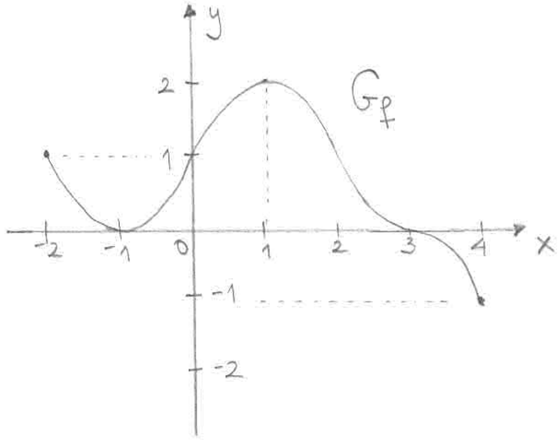
4) Sia $f:[-2,4] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F:[-2,4] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di $f$ definita da $F(x) = \int_{-2}^{x} f(t)\,dt$.

i) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione $F$.

ii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e di minimo locale di $F$ su $[-2,4]$.

iii) Tracciate un grafico qualitativo della funzione $F$ dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione $F$.

iv ) Determinate il più grande intervallo $[a,b] \subset [-2,4]$ tale che $F(x)$ ristretta ad $[a,b]$ risulti iniettiva.




---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = (3x-2x^2)e^x$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Verificate che $F(x) = (-2x^2+7x-7)e^x$ è una primitiva di $f(x)$ per ogni $x \in \mathrm{dom} f$.

iii) Determinate l'area della regione piana $E$ delimitata dal grafico di $f$, dalla retta di equazione $y = 2x-3$ e dalla retta di equazione $x=0$.

---

6) Rappresentate graficamente una funzione $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e derivabile soddisfacente tutte le seguenti proprietà:

i) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1\,; \quad f(1) = -2$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1\,;$

ii) $f'(x) < 0$ su $]-\infty, 2[$, $f'(2) = 0$, e $f'(x) > 0$ su $]2,+\infty[$;

iii) $\int_1^4 f(x)\,dx > 0$.

---

| | |
|---|---|
| COGNOME ____________ | NON SCRIVERE QUI |
| NOME ____________ | 1 2 3 4 5 6 |
| MATRICOLA _ _ _ _ _ _ | B |

# UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

## SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 20 DICEMBRE 2012

---

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
**Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.**
**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

---

1) i) Calcolate

$$\int_1^2 \frac{3x-\sqrt{x}}{x^2}\,dx\,; \qquad \int_{-4}^2 \big||x-1|-2\big|\,dx\,; \qquad \sum_{n=1}^{4}\Big[\int_n^{n+1}\Big(e^x+\frac{1}{2x+1}\Big)\,dx\Big]\,.$$

ii) Calcolate $\displaystyle\sum_{k=2}^{5}(-1)^k\frac{k}{k^2+1}$.

iii) Scrivete l'espressione $\dfrac{3}{2}x^2+\dfrac{5}{4}x^3+\dfrac{7}{8}x^4+\cdots+\dfrac{17}{256}x^9$ usando il simbolo di sommatoria.

---

2) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x+1}+1 & \text{se } x<-1\\ 2^x & \text{se } -1\le x\le 0\\ -(x-1)^3 & \text{se } 0<x\le 2\\ (x-3)^4 & \text{se } x>2\,.\end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di $f$.
ii) Calcolate $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}f(x)\,;\ \lim_{x\to-1^-}f(x)\,;\ \lim_{x\to0^+}f(x)\,;\ \lim_{x\to2^+}f(x)\,;\ \lim_{x\to+\infty}f(x)\,.$
iii) Determinate i punti di discontinuità di $f$ su $\mathbb{R}$ e gli eventuali asintoti.
iv) Determinate gli eventuali i punti di massimo locale e i punti di minimo locale di $f$.
v) $f$ soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[0,2]$ ? $f$ assume massimo e/o minimo su $[0,2]$? Motivate le risposte.
vi) Calcolate $\displaystyle\int_{-1}^2 f(x)\,dx\,.$

3) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$x|x-3|+x^2<2\,; \qquad \frac{e^{-x^2}e^{2x}}{e^{|x|}}\ge 1\,; \qquad \log_{\frac{1}{3}}(x^2-4)+\log_3(2x+4)<0\,.$$

---

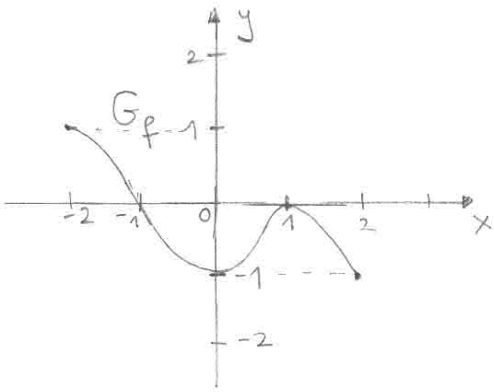
4) Sia $f:[-2,2]\to\mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F:[-2,2]\to\mathbb{R}$ la funzione integrale di $f$ definita da $F(x)=\int_{-2}^{x} f(t)\,dt$.

i) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione $F$.

ii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e di minimo locale di $F$ su $[-2,2]$.

iii) Tracciate un grafico qualitativo della funzione $F$ dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione $F$.

iv ) Determinate il più grande intervallo $[a,b]\subset[-2,2]$ tale che $F(x)$ ristretta ad $[a,b]$ risulti iniettiva.




---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x)=\frac{-3x-2x^2}{e^x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Verificate che $F(x)=(2x^2+7x+7)e^{-x}$ è una primitiva di $f(x)$ per ogni $x\in \mathrm{dom} f$.

iii) Determinate l'area della regione piana $E$ delimitata dal grafico di $f$, dalla retta di equazione $y=-2x-3$ e dalla retta di equazione $x=0$.

---

6) Rappresentate graficamente una funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ continua e derivabile soddisfacente tutte le seguenti proprietà:

i) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-1\,;\quad f(1)=2$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-1\,;$

ii) $f'(x)>0$ su $]-\infty,2[\,,\ f'(2)=0\,,$ e $f'(x)<0$ su $]2,+\infty[\,;$

iii) $\int_1^6 f(x)\,dx<0\,.$

---

| | | | |
|---|---|---|---|
| COGNOME ______________ | | NON SCRIVERE QUI | C |
| NOME ______________ | | 1 2 3 4 5 6 | |
| MATRICOLA | | | |

# UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

## SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 20 DICEMBRE 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
**Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.**
**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$x|x-3| + x^2 < 2\,; \qquad \frac{e^{-x^2}e^{4x}}{e^{|x|}} \geq 1\,; \qquad \log_{\frac{1}{3}}(x^2-4) + \log_3(2x+4) \geq 0\,.$$

2) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+1} + 1 & \text{se } x < -1 \\ 2^x & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ -(x-1)^3 & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ (x-3)^4 & \text{se } x > 2\,. \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di $f$.
ii) Calcolate $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)\,;\ \lim_{x\to-1^-} f(x)\,;\ \lim_{x\to 0^+} f(x)\,;\ \lim_{x\to 2^+} f(x)\,;\ \lim_{x\to+\infty} f(x)\,.$
iii) Determinate i punti di discontinuità di $f$ su $\mathbb{R}$ e gli eventuali asintoti.
iv) Determinate gli eventuali i punti di massimo locale e i punti di minimo locale di $f$.
v) $f$ soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[0,2]$ ? $f$ assume massimo e/o minimo su $[0,2]$? Motivate le risposte.
vi) Calcolate $\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\,dx\,.$

3) i) Calcolate

$$\int_1^2 \frac{3x-\sqrt{x}}{x^2}\,dx\,; \qquad \int_{-4}^2 ||x-1|-2|\,dx\,; \qquad \sum_{n=1}^{4}\Big[\int_n^{n+1}(e^x+\frac{1}{2x+1})\,dx\Big]\,.$$

ii) Calcolate $\displaystyle\sum_{k=2}^{5}(-1)^k\frac{k}{k^2+1}$.

iii) Scrivete l'espressione $\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{4}x^3+\frac{7}{8}x^4+\cdots+\frac{17}{256}x^9$ usando il simbolo di sommatoria.

---

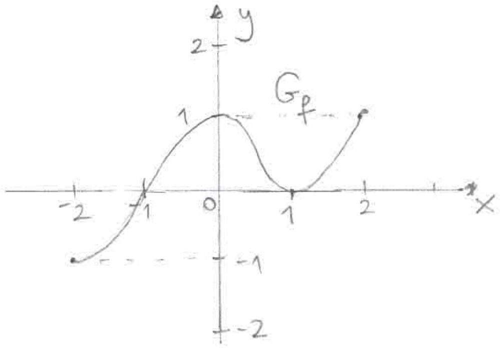
4) Sia $f:[-2,2]\to\mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F:[-2,2]\to\mathbb{R}$ la funzione integrale di $f$ definita da $F(x)=\int_{-2}^{x}f(t)\,dt$.

i) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione $F$.

ii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e di minimo locale di $F$ su $[-2,2]$.

iii) Tracciate un grafico qualitativo della funzione $F$ dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione $F$.

iv ) Determinate il più grande intervallo $[a,b]\subset[-2,2]$ tale che $F(x)$ ristretta ad $[a,b]$ risulti iniettiva.




---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x)=\frac{3x+2x^2}{e^x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Verificate che $F(x)=(-2x^2-7x-7)e^{-x}$ è una primitiva di $f(x)$ per ogni $x\in \mathrm{dom}f$.

iii) Determinate l'area della regione piana $E$ delimitata dal grafico di $f$, dalla retta di equazione $y=2x+3$ e dalla retta di equazione $x=0$.

---

6) Rappresentate graficamente una funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ continua e derivabile soddisfacente tutte le seguenti proprietà:

i) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=1$; $\quad f(1)=2$ e $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-2$;

ii) $f'(x)>0$ su $]-\infty,2[$, $f'(2)=0$, e $f'(x)<0$ su $]2,+\infty[$;

iii) $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,dx<0$.

---

| | | |
|---|---|---|
| COGNOME ______________ | NON SCRIVERE QUI | D |
| NOME ______________ | 1 2 3 4 5 6 | |
| MATRICOLA | | |

# UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

## SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 20 DICEMBRE 2012

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE.**
**Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.**
**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

1) i) Calcolate

$$\int_1^2 \frac{4x^2+\sqrt{x}}{x^3}\,dx\,; \qquad \int_{-1}^4 \big||x+1|-2\big|\,dx\,; \qquad \sum_{n=1}^{4}\Big[\int_n^{n+1}\Big(e^{3x}+\frac{1}{x+3}\Big)\,dx\Big]\,.$$

ii) Calcolate $\displaystyle\sum_{k=2}^{5}(-1)^k\frac{k}{k^2-1}$.

iii) Scrivete l'espressione $\frac{2}{3}x^3+\frac{4}{5}x^4+\frac{8}{7}x^5+\cdots+\frac{256}{17}x^{10}$ usando il simbolo di sommatoria.

2) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x+1}+1 & \text{se } x<-1\\ 3^x & \text{se } -1\le x\le 0\\ (x-1)^4 & \text{se } 0<x<2\\ -(x-3)^3+1 & \text{se } x\ge 2\,.\end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di $f$.
ii) Calcolate $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}f(x)\,;\ \lim_{x\to-1^-}f(x)\,;\ \lim_{x\to0^+}f(x)\,;\ \lim_{x\to2^-}f(x)\,;\ \lim_{x\to+\infty}f(x)$.
iii) Determinate i punti di discontinuità di $f$ su $\mathbb{R}$ e gli eventuali asintoti.
iv) Determinate gli eventuali i punti di massimo locale e i punti di minimo locale di $f$.
v) $f$ soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[0,2]$? $f$ assume massimo e/o minimo su $[0,2]$? Motivate le risposte.
vi) Calcolate $\displaystyle\int_{-1}^{2}f(x)\,dx$.

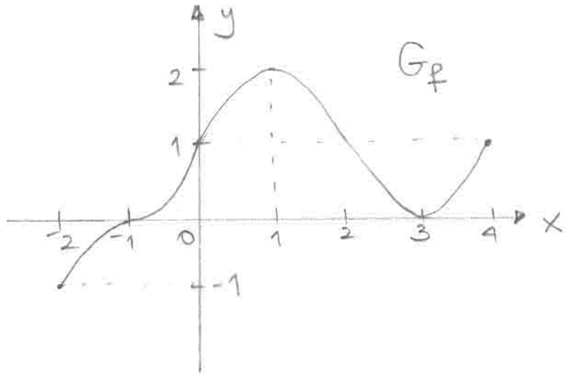
3) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$x|x-3| + x^2 \geq 2\,; \qquad \frac{e^{-x^2} e^{3x}}{e^{|x|}} \leq 1\,; \qquad \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 1) + \log_3(x+5) > 0\,.$$

---

4) Sia $f : [-2, 4] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-2, 4] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di $f$ definita da $F(x) = \int_{-2}^{x} f(t)\, dt$.

i) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione $F$.
ii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e di minimo locale di $F$ su $[-2, 4]$.
iii) Tracciate un grafico qualitativo della funzione $F$ dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione $F$.
iv ) Determinate il più grande intervallo $[a, b] \subset [-2, 4]$ tale che $F(x)$ ristretta ad $[a, b]$ risulti iniettiva.




---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = (-3x + 2x^2)e^x$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Verificate che $F(x) = (2x^2 - 7x + 7)e^x$ è una primitiva di $f(x)$ per ogni $x \in \mathrm{dom} f$.
iii) Determinate l'area della regione piana $E$ delimitata dal grafico di $f$, dalla retta di equazione $y = -2x + 3$ e dalla retta di equazione $x = 0$.

---

6) Rappresentate graficamente una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e derivabile soddisfacente tutte le seguenti proprietà:
i) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0\,; \quad f(1) = -2$ e $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1\,;$
ii) $f'(x) < 0$ su $]-\infty, 2[$, $f'(2) = 0$, e $f'(x) > 0$ su $]2, +\infty[$;
iii) $\int_1^4 f(x)\, dx < 0\,.$

---