

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1 2 3 4 5 6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 19 - 25 NOVEMBRE 2012

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \lim_{x \rightarrow -2^-} (x^4 - 1); & \lim_{x \rightarrow 4^-} (3\sqrt{x} - \log_2 x); & \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x}; & \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{x^2 + 1}; \\
 \text{b)} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x^2 - 4}; & \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x^2 - 4}; & \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x^5 + 1}; & \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x^5 + 1}; & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3^x + x}{x^2}; \\
 \text{c)} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x+1} - x^2}{x}; & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{x+1} - x^2}{x}; & \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{(x-2)^3}; & \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{(x-2)^3}; \\
 \text{d)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 + x}{x^2 - 2x^4}; & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - x}{2x - 2^x}; & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} + 1}{e^{-2x}}.
 \end{array}$$

2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{se } x \leq -2 \\ -3x - 2 & \text{se } -2 < x \leq 0 \\ -\frac{1}{x^2} & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1) & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

i) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione f .iii) Studiate la continuità della funzione f .iv) Determinate gli eventuali asintoti verticali e/o orizzontali di f .

3) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\text{i)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - x}{|x|}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x + x^2}{1 + e^x}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{1 + 2^{-x}}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{4x} - 1}{2x};$$

$$\text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x - 1}{x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 2x)}{4x}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1 + x^2)}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 3x)}{2x}.$$

- 4) i) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni
- $f(x) = x^3$ nel punto $(-1, -1)$;
 - $g(x) = \sqrt{x}$ nel punto $(4, 2)$;
 - $h(x) = \log x$ nel punto $(\frac{1}{e}, -1)$.
- ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f , g ed h e le rette tangenti (nello stesso sistema di riferimento) determinate precedentemente.
- 5) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Deducete dal grafico di f
-
- i) gli eventuali asintoti di f ;
- ii) il segno della derivata f' , dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale.
- 6) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:
- $3x^4 + 4x^{-1}$; $\frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$; $\frac{e^x - 1}{2x}$; $2\sqrt[3]{x} - x^{-\frac{1}{4}}$;
 - $\log x + \frac{1}{x}$; $3^x(x^2 + \sqrt{x})$; $(x^3 - 1)(\frac{1}{e^x} + \log_2 x)$; $\frac{\log x}{x^2 - e^x}$.