

COGNOME _____
 NOME _____
 MATRICOLA | | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1 2 3 4 5

--	--	--	--	--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

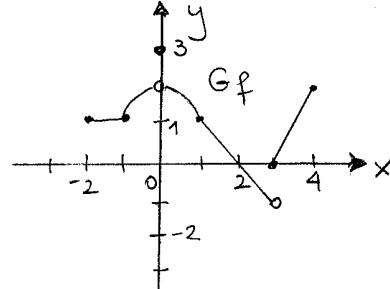
VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 22 - 26 OTTOBRE 2012

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Sia $f : [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.

- Determinate l'immagine di f .
- Rappresentate graficamente, nei rispettivi domini, le funzioni $x \mapsto -2f(x) + 1$ e $x \mapsto f(x - 1)$.
- Dite se la funzione f è limitata inferiormente/superiormente. Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di f (risp. i punti di massimo e i punti di minimo).
- Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di f (risp. i punti di massimo e i punti di minimo) ristretta su $[3, 4]$ (risp. su $[-2, 1]$).



2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f :]-\infty, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } x < -1 \\ -\sqrt[3]{x} & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ (x-2)^3 & \text{se } 1 < x \leq 4; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -4x & \text{se } x \leq 0 \\ -\sqrt{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

- Determinate l'immagine di f e di g .
- Rappresentate graficamente la funzione inversa $g^{-1} : g(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$.
- Dite se le funzioni f e g sono limitate. Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di f (risp. i punti di massimo e i punti di minimo).
- Determinate l'insieme $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq f(x) \leq 1\}$.

3) Siano $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = 1 - \frac{2}{(x-1)^4}; \quad g(x) = -\sqrt[3]{x+1}.$$

- i) Rappresentate graficamente f e g . Determinate la loro immagine.
- ii) Calcolate, se possibile, i valori $(f+g)(0)$, $(fg)(0)$, $(\frac{g}{f})(-1)$, $(\frac{f}{g})(-1)$.

4) Siano $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = x^3 + 1$ e $g(x) = \sqrt[4]{x} - 1$.

- i) Rappresentate graficamente f e g . Determinate l'immagine di f e g .
- ii) Determinate l'insieme di definizione della funzione composta $g \circ f$ e l'insieme di definizione della funzione composta $f \circ g$. Scrivete poi, dove esistono, l'espressione della funzione $g \circ f$ e l'espressione della funzione $f \circ g$.
- iii) Determinate l'insieme di definizione delle funzioni reciproche $\frac{1}{f(x)}$ e $\frac{1}{g(x)}$.
- iv) Determinate l'insieme di definizione E della funzione $\frac{f(x)}{g(x)}$. Sia $h : E \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. Rappresentate sulla retta reale il segno di h .

5) Siano $f : [-1, +\infty[\rightarrow]-\infty, 1]$ e $g :]-1, 1] \rightarrow [-2, +\infty[$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ -x^3 - 1 & \text{se } x > 0; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} - 1 & \text{se } -1 < x < 0 \\ -2\sqrt{x} & \text{se } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente f e g e le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1} .
- ii) Determinate, se esistono, il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e i punti di massimo) di f e g .
- iii) Determinate, se esistono, il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e i punti di massimo) di g^{-1} su $[-2, +\infty[$.