

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 12 - 16 NOVEMBRE 2012

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiatevi ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

- 1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni/disequazioni:

$$x^2 \log e - x \log_2 32 + 6 \log_{10} 10 > 0 ; \quad 3^{-|x|+1} 9^{-2} = \frac{1}{3^4} ; \quad \log_2 2^x + \log_2 \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+1} = -3 .$$

- 2) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-x^2} < 1 ; \quad e^x \cdot e^{3-x^2} \leq \frac{1}{e^x} ; \quad \left(\frac{1}{5}\right)^x - 5^{x^2-2x} \leq 0 ; \quad \log_{\frac{1}{3}} |x+1| > 0 ; \\ \log_3 (|x|+1) > -\log_3 9 ; \quad \log_{\frac{1}{3}} (x-1) > 2 ; \quad \log_2 (1-x) - \log_2 (|x|+1) > -1 . \end{aligned}$$

- 3) Rappresentate graficamente, nei loro insiemi di definizione, le seguenti funzioni:

$$|2^x - 2| ; \quad |\log_{\frac{1}{3}} |x| + 1| ; \quad |4^{-|x|} - 1| .$$

- 4) i) Rappresentate graficamente la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -|x| + 1 & \text{se } x \in [-1, 1] \\ |\frac{1}{x^2} - 1| & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- ii) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-1, 3]$? (la continuità di f basta giustificarla graficamente). Determinate, se esistono, il massimo (punti di massimo) e il minimo (punti di minimo) di f su $[-1, 3]$.

- iii) f soddisfa le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri su $[0, 2]$? f ha uno zero su $[0, 2]$?

- 5) Provate che l'equazione $x^3 = -3x + 1$ ha una soluzione $x_0 \in [0, 1]$. Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $\tilde{a}, \tilde{b} \subset [0, 1]$ tale che $x_0 \in \tilde{a}, \tilde{b}$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.

6) Deducete dal grafico di $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$,
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- ii) il segno di f e rappresentatelo sulla retta reale;
- iii) i punti di discontinuità di f ;
- iv) l'eventuale massimo e minimo di f su $[-1, 1]$. Dite se f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass nell'intervallo $[-1, 2]$.

