

COGNOME	_____	NON SCRIVERE QUI					
NOME	_____						
MATRICOLA	_____	1	2	3	4	5	6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
 CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
 CDL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 24 GIUGNO 2013

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete in matematiche la seguente proposizione: "Se nelle regioni italiane settentriionali continua a piovere, i danni alle colture agricole e al turismo saranno ingenti". Scrivete poi la sua negazione sia in matematiche (portando il 'non' il più internamente possibile) che in italiano corrente.
 ii) Sia \mathcal{A} una proposizione. Provate che la proposizione " $\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{A}$ ", nota come legge dell'identità, è una tautologia.

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme A determinato dal seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} y \geq -|x| + 1 \\ 4x^2 + 4y^2 - 8y + 3 > 0 \\ \frac{x^2}{4} + (y - 1)^2 \leq 1. \end{cases}$$

- ii) Determinate l'equazione di tutte le rette verticali che non intersecano mai l'insieme A .

- 3) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni/equazioni:

$$x|x-1| \geq x^2 - 3; \quad \log_2(3^x - 1) \leq 3; \quad \frac{2^{-x}2^{|x|+1}}{2^{x^2}} = 4.$$

- ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano una funzione $f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ continua, decrescente e convessa tale che la sua funzione integrale definita da $F(x) = \int_1^x f(t) dt$ per $x \in [1, 4]$ risulti crescente sull'intervallo $[1, 2]$ e decrescente sull'intervallo $[2, 4]$.

- 4) Siano $f : [-2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+2} & \text{se } -2 \leq x < 0 \\ 4 & \text{se } x = 0 \\ 2\sqrt{x+4} & \text{se } 0 < x \leq 5; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- i) Rappresentatele graficamente nel piano cartesiano.
ii) Provate che f è continua in $x = 0$.
iii) Determinate l'immagine di f .
iv) Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : f([-2, 5]) \rightarrow [-2, 5]$, dopo aver giustificato l'esistenza di f^{-1} .
v) Calcolate $\int_0^5 f(x) dx$.
vi) Determinate il massimo e il minimo (risp. i punti di massimo e i punti di minimo) di g su \mathbb{R} .
vii) Determinate $(f \circ g)(1)$. Determinate, dove esiste, la funzione $(g \circ f)(x)$.

- 5) i) Sia $g : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $g(x) = \sqrt{x}$. Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{g(h) - g(0)}{h}$. Determinate $g'_+(0)$.

- ii) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = (x-1)\sqrt{x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dalla retta di equazione $y = 0$.

- 6) Luisa, Anna, Barbara, Claudia e Giulia fanno una gara di corso tra loro. Quante sono tutte le possibili classifiche finali?

COGNOME	_____	NON SCRIVERE QUI					
NOME	_____						
MATRICOLA	_____	1	2	3	4	5	6
		B					

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
 CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
 CDL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 24 GIUGNO 2013

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete in matematiche la seguente proposizione: "Se nelle regioni italiane settentriionali continua a piovere, i danni alle colture agricole e al turismo saranno ingenti". Scrivete poi la sua negazione sia in matematiche (portando il 'non' il più internamente possibile) che in italiano corrente.
 ii) Sia \mathcal{A} una proposizione. Provate che la proposizione " $\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{A}$ ", nota come legge dell'identità, è una tautologia.

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme A determinato dal seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} y \leq |x| + 1 \\ 4x^2 + 4y^2 - 8y + 3 > 0 \\ \frac{x^2}{4} + (y - 1)^2 \leq 1. \end{cases}$$

- ii) Determinate l'equazione di tutte le rette verticali che non intersecano mai l'insieme A .

- 3) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni/equazioni:

$$x|x-1| \geq x^2 - 6; \quad \log_2(3^x - 1) \leq 3; \quad \frac{2^{-x}2^{|x|+1}}{2^{x^2}} = 4.$$

- ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano una funzione $f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ continua, crescente e convessa tale che la sua funzione integrale definita da $F(x) = \int_1^x f(t) dt$ per $x \in [1, 4]$ risulti decrescente sull'intervallo $[1, 3]$ e crescente sull'intervallo $[3, 4]$.

- 4) Siano $f : [-2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+2} & \text{se } -2 \leq x < 0 \\ 4 & \text{se } x = 0 \\ 2\sqrt{x+4} & \text{se } 0 < x \leq 5; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- i) Rappresentatele graficamente nel piano cartesiano.
ii) Provate che f è continua in $x = 0$.
iii) Determinate l'immagine di f .
iv) Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : f([-2, 5]) \rightarrow [-2, 5]$, dopo aver giustificato l'esistenza di f^{-1} .
v) Calcolate $\int_0^5 f(x) dx$.
vi) Determinate il massimo e il minimo (risp. i punti di massimo e i punti di minimo) di g su \mathbb{R} .
vii) Determinate $(f \circ g)(1)$. Determinate, dove esiste, la funzione $(g \circ f)(x)$.

- 5) i) Sia $g : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $g(x) = \sqrt{x}$. Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{g(h) - g(0)}{h}$. Determinate $g'_+(0)$.
ii) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = (x - 2)\sqrt{x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dalla retta di equazione $y = 0$.

- 6) Anna, Barbara, Claudia e Giulia fanno una gara di corso tra loro. Quante sono tutte le possibili classifiche finali?