COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA ______________	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 10 - 14 DICEMBRE 2012

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) i) Studiate la funzione definita da $f(x) = x^3 e^{-x}$ e tracciatene un grafico qualitativo.

ii) Determinate l'eq. della retta r tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 3$.

iii) Provate che la funzione $F(x) = e^{-x}(-x^3 - 3x^2 - 6x - 6)$ è una funzione primitiva di f.

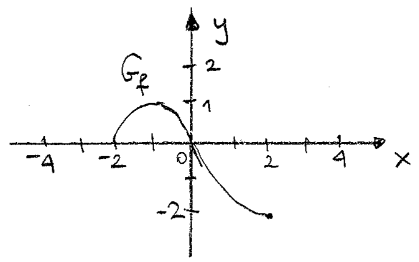
iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f, dalla retta r e dalla retta di equazione $x = 5$.

2) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i) $\displaystyle\int_0^1 (3x+1)^4\,dx$; $\quad\displaystyle\int_0^1 [(e^x+3)^{-2}e^x + \frac{1}{3x+3}]\,dx$; $\quad\displaystyle\int_4^5 4(4x+1)^{-1}\,dx$;

ii) $\displaystyle\int_0^1 x e^{3x^2}\,dx$; $\quad\displaystyle\int_{-1}^0 (x^2+2)^{-1} x\,dx$; $\quad\displaystyle\int_{-2}^2 e^{-|x|}\,dx$.

3) Sia $f : [-2,2] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



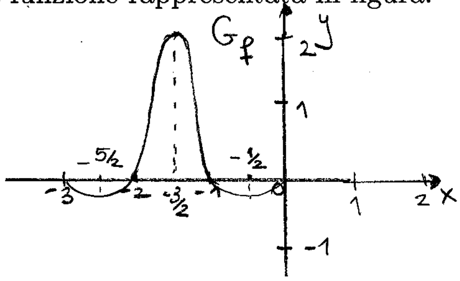
i) Rappresentate il segno di f e della derivata f', dove esiste.

ii) Sia $F : [-2,2] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \displaystyle\int_{-2}^x f(t)\,dt$. Determinate gli eventuali intervalli di monotonia di F.

iii) Sia $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \le x \le 2,\ \ f(x) \ge 0\}$. Provate che area$(E) > 1$.

iv) Disegnate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F.

4) Sia $f : [-3, 0] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



i) Rappresentate il segno di f e della derivata f', dove esiste.

ii) Sia $F : [-3, 0] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-3}^{x} f(t)\, dt$. Determinate gli eventuali punti critici di F.

iii) Disegnate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F.

iv) Determinate, se esistono, il minimo e il massimo di F su $[-3, 0]$.

5) Determinate l'area della regione piana E (e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano) specificata negli esercizi seguenti:

i) delimitata dal grafico della funzione $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$ e dalle rette di equazione $y = x + 1$ e $x = 2$;

ii) delimitata dal grafico della funzione $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$, dal grafico della funzione $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ e dalla retta di equazione $x = -1$;

iii) delimitata dal grafico della funzione $f(x) = x^4$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto $(1, 1)$ e dall'asse y;

iv) delimitata dai grafici delle funzioni $f(x) = x^4 - x^2$ e $g(x) = -|x| + 1$;

v) delimitata dai grafici delle funzioni $f(x) = x^3 - x$ e $g(x) = x^2 - 1$;

vi) delimitata dai grafici delle funzioni $f(x) = |x^2 - 1|$ e $g(x) = \dfrac{x^2}{2} + 1$.

6) i) Dite in quanti modi potete disporre in fila 7 ragazzini e 8 ragazzine se agli estremi della fila devono esserci sempre dei ragazzini? Dite in quanti modi potete invece disporre in fila 7 cubi rossi e 8 cubi blu (i cubi differiscono solo per il colore) se agli estremi della fila devono esserci sempre dei cubi blu?

ii) In un cesto natalizio volete mettere 3 tipi di frutta scelta tra 9 tipi di frutta diversa. In quanti modi diversi potete riempire il vostro cesto?

iii) Dovete svolgere 4 quesiti a vostra scelta di un test contenente 7 quesiti. Quante sono le possibili sequenze in cui potete svolgere il test se ogni quesito lo affrontate una sola volta?

iv) Quanti numeri di 7 cifre si possono formare con 1,1,2,2,3,5,9?