COGNOME ____________________

NOME ____________________

MATRICOLA |_|_|_|_|_|_|

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 21 GENNAIO 2013

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) i) Calcolate

$$\int_1^2 \left(\frac{e^x}{e^x+3}+\frac{1}{x^5}\right), dx\,; \qquad \lim_{x\to 0^+}\frac{e^x-1}{x^2}\,; \qquad \lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-1}{4x}\,.$$

ii) Calcolate l'area della regione piana E delimitata dai grafici delle funzioni $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definite da $f(x)=-4x^2+4$ e $g(x)=||x|-1|$, dopo aver rappresentato graficamente nel piano cartesiano f e g.

iii) Calcolate $\displaystyle\sum_{n=1}^{5}\int_0^1 (e^{nx}+x^n)\,dx$.

iv) Scrivete l'espressione $\dfrac{x^3}{2!}-\dfrac{x^6}{3!}+\dfrac{x^9}{4!}-\cdots+\dfrac{x^{27}}{10!}$ usando il simbolo di sommatoria.

2) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x^2}-1 & \text{se } x\le -1\\ \log_2(x+2) & \text{se } -1<x<0\\ 2^{-x+1} & \text{se } x\ge 0\,.\end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f.

ii) Calcolate $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to -1^+} f(x)$, $\lim_{x\to 0^-} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

iii) Determinate il massimo e il minimo (risp. i punti di massimo e i punti di minimo) di f su $[-2,2]$. La funzione f verifica le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-2,2]$?

iv) Calcolate $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,dx$.

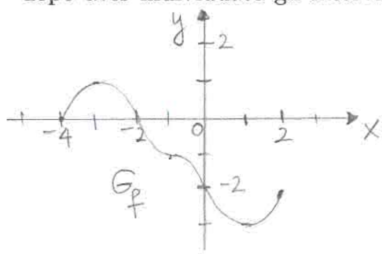
3) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni/equazioni:

$$(|x-2|-x^2)(|x|-1) \geq 0 ; \qquad \log(2-x^2)+\log_{\frac{1}{e}}(|x|) > 0 ; \qquad \log_2 32 = 5^{x^2-1} .$$

---

4) Sia $f : [-4, 2] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-4, 2] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-4}^{x} f(t)\, dt$.

i) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione F.
ii) Determinate gli eventuali punti di massimo e punti di minimo locali di F.
iii) Tracciate un grafico qualitativo di F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità di F.
iv) Provate che $F(2) < -4$.



---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x}{(x+2)^2}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$ e rappresentatela graficamente nello stesso sistema di riferimento della f.
iii) Calcolate $\int_1^2 \frac{f'(x)}{f(x)}\, dx$.

---

6) In un campo sportivo si allena un gruppo di 8 ragazzini. All'inizio dell'allenamento l'allenatore lavora sempre con gruppetti di 3 ragazzi alla volta. In quanti modi diversi può iniziare l'allenamento?
