

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

--	--	--	--	--	--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 1 - 5 OTTOBRE 2012

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Siano $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 3} < 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{-x^2 + 5x + 6}{x - 2} > 0\}$.

i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale. Dite se sono intervalli di $\mathbb{R}$.

ii) Determinate $A \cup B$, $A \cap B$ e $A \setminus B$. Rappresentate graficamente gli insiemi $A \times \mathbb{R}$ e $B \times A$.

2) i) Risolvete in $\mathbb{R}$ ed interpretate geometricamente le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$4x + 3 = 1; \quad 3x + 2 > 3x + 4; \quad x^2 - 2x \leq x.$$

ii) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$\frac{x(x^2 - 3x)}{x^2 + 1} > x; \quad \frac{x^2 + 5x}{x - 1} > 1 - x.$$

3) i) Rappresentate nel piano cartesiano i seguenti insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x < 2, -x - 1 < y \leq x\} \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 1)^2 + y^2 < 1\}.$$

ii) Rappresentate graficamente gli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$, $B \setminus A$.

4) i) Determinate le equazioni delle rette passanti per i punti $P = (-1, 2)$, e $Q = (2, -4)$ e $R = (6, 3)$ presi due a due alla volta, e rappresentatele graficamente nel piano cartesiano.

ii) Sia r la retta passante per P e Q . Determinate la retta r' perpendicolare alla retta r e passante per l'origine. Determinate il perimetro e l'area del triangolo di vertici P , Q ed R .

5) i) Disegnate nel piano cartesiano la parabola di equazione $y + x^2 + 4x + 1 = 0$ e la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$.

ii) Determinate l'equazione della retta passante per il vertice della parabola V e per il centro C della circonferenza e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

iii) Rappresentate graficamente l'insieme A delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti

$$\begin{cases} y + x^2 + 4x + 1 < 0 \\ x^2 + y^2 + 4x + 3 > 0. \end{cases}$$

6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti i seguenti sistemi di disequazioni:

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ y - x^2 + 2x \geq 0 \\ y < -4x^2 + 8x; \end{cases} \qquad \begin{cases} 1 < x^2 + y^2 \leq 4 \\ x^2 \geq 1 \\ y - 4x \leq 0. \end{cases}$$