

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

--	--	--	--	--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2012-2013 — ROVERETO, 5 - 9 NOVEMBRE 2012

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} |\sqrt[3]{x} - 1| & \text{se } x \leq 8 \\ \frac{1}{x-7} & \text{se } x > 8; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x^4 - 1 & \text{se } x \in [-1, 1] \\ -|x| + 2 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- ii) Determinate, se esistono, (punti di) massimo e (punti di) minimo di f su $[0, 8]$.

- iii) Provate che g è una funzione pari.

- iv) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione f .

- v) Calcolate $(f \circ g)(1)$ e $(g \circ f)(8)$.

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{se } x < -1 \\ \frac{1}{x} & \text{se } x \in [-1, 1] \setminus \{0\} \\ 2x - 1 & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- ii) Verificate che f è una funzione dispari.

- iii) Determinate gli intervalli di monotonia della f .

- iv) Determinate, se esistono, (punti di) massimo e (punti di) minimo di f ristretta a $[-3, 0[$.

- v) Determinate l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : -3 \leq f(x) \leq 3\}$.

- vi) Rappresentate graficamente la funzione $g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $g(x) = |f(x) - 1|$.

- 3) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni o disequazioni:

$$3|x + 1| > 6; \quad |x^2 - x^3| = 0; \quad 2|x^2 - 1| \leq 4; \quad ||x - 1| - 3| > 0.$$

- 4) i) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni o disequazioni:

$$x|x - 2| \leq 3; \quad \frac{x^2 - 2}{2|x| + 1} < 1; \quad x^2 - |x - 2| \geq 0; \quad 3x^2 - x|x| = 4.$$

ii) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni o disequazioni:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{|x+2|} > 3; \quad 4^{|x(x-1)|} \geq 1; \quad 2^{-|x^2-2|+1} = 1; \quad 3^{-|x|-1} \geq -\frac{1}{3}.$$

5) i) Determinate $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16}, \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4}, \log_{\frac{1}{4}} 1, \log_{\frac{1}{4}} 4, \log_{\frac{1}{4}} 16$ e indicate le coppie $(x, \log_{\frac{1}{4}} x)$ individuate precedentemente sul grafico della funzione $f(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$.

ii) Rappresentate graficamente, nei loro insiemi di definizione, le seguenti funzioni $x \mapsto -\log_{\frac{1}{4}}(x-1)$ e $x \mapsto |\log_{\frac{1}{4}} x| - 1$.
