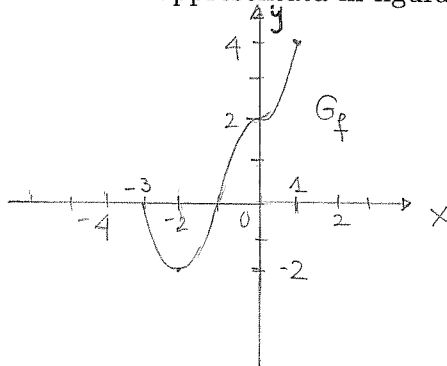


3) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni/disequazioni:

$$\log_2(x^2 - 4) + \log_{\frac{1}{2}}(x + 2) \leq 3; \quad 9^{x^2} \cdot 3^{|x^2-1|} < 3^{\log_3 9}; \quad \left(\int_{-1}^x e^{-t^2} dt\right)' = \frac{1}{e^4}.$$

4) Sia $f : [-3, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



Sia $F : [-3, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-3}^x f(t) dt$.

- i) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione F .
- ii) Tracciate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F .
- iii) Provate che $F(0) < -1$.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-2x-3}.$$

ii) Determinate gli intervalli di convessità/concavità di f tenendo conto che

$$2x^3 - 6x^2 + 30x - 26 = (x-1)(2x^2 - 4x + 26) \quad \text{per ogni } x \in \mathbb{R}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

iii) Determinate l'area della regione piana E delimitata dal grafico di f , dalla retta di equazione $y = x - 1$ e dalla retta di equazione $x = 0$.

6) Rappresentate graficamente una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua e derivabile soddisfacente le seguenti proprietà: f è pari, $f(2) = 1$, $f'(2) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$.
