

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2013-2014 — ROVERETO, 9 GENNAIO 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

**Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.**

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

1) i) Calcolate

$$\int_{-1}^2 |x^2 - 1| dx; \quad \int_{-3}^2 \frac{e^{2x} + 1}{e^x} dx; \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3^{x+2}}{|x| - 2}.$$

ii) Calcolate l'area della regione piana  $E$  delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = e^x - 1$ , dalla retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di coordinata  $x = 0$  e dalla retta di equazione  $x = 1$ .

iii) Calcolate  $\sum_{j=1}^5 \text{area}(T_j)$ , dove  $T_j = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, 0 \leq y \leq -j|x| + j\}$ .

iv) Calcolate  $\lim_{b \rightarrow +\infty} \left( \sum_{n=2}^4 \int_1^b \frac{1}{x^n} dx \right)$ .

2) Sia  $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2|x+2| & \text{se } -3 \leq x \leq -1 \\ \frac{2}{x+2} & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ -x^2 - \frac{1}{2}x + 1 & \text{se } 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di  $f$ .

ii) Provate che  $f$  soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su  $[-3, 2]$ .

iii) Determinate il massimo/minimo (risp. punti di massimo/minimo) di  $f$  su  $[-3, 2]$ .

iv) Calcolate  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$  e  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ . Dite se  $f$  è derivabile in  $x_0 = 0$ .

v) Determinate  $\int_{-3}^2 f(x) dx$ .

- 3) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni/disequazioni:

$$|x^2 + 2x - 1| < 2; \quad \frac{2^{|x+1|} \cdot 2^{-x^2+1}}{2^{x-3}} = 3^0; \quad \log_2(x^2 - 1) - \log_2(|x| + 1) \geq 0.$$

- 
- 4) Provate che l'equazione  $2x^5 = -x^2 + 1$  ha una soluzione  $x_0 \in ]0, 1[$ . Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo  $]\tilde{a}, \tilde{b}[ \subset ]0, 1[$  tale che  $x_0 \in ]\tilde{a}, \tilde{b}[$  e  $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$ .

- 
- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \log(x^2 + 2x + 2)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di coordinata  $x = 0$ . Rappresentatela nello stesso sistema di riferimento di  $f$ .

iii) Determinate il segno di  $\int_{-1}^0 f(x) dx$ .

- 
- 6) Quanti sono gli incontri di calcio del Campionato italiano di Serie A (andata e ritorno, 20 squadre) nel 2013-2014?

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2013-2014 — ROVERETO, 9 GENNAIO 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

**Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.**

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

1) i) Calcolate

$$\int_0^3 |x^2 - 1| dx; \quad \int_{-1}^2 \frac{e^{3x} + 1}{e^x} dx; \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3^{x+2}}{|x| - 2}.$$

ii) Calcolate l'area della regione piana  $E$  delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = e^x - 1$ , dalla retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di coordinata  $x = 0$  e dalla retta di equazione  $x = -1$ .

iii) Calcolate  $\sum_{j=2}^6 \text{area}(T_j)$ , dove  $T_j = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, 0 \leq y \leq -j|x| + j\}$ .

iv) Calcolate  $\lim_{b \rightarrow +\infty} \left( \sum_{n=2}^4 \int_2^b \frac{1}{x^n} dx \right)$ .

2) Sia  $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + \frac{1}{2}x + 1 & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ -\frac{2}{x-2} & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 2|x-2| & \text{se } 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

- i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di  $f$ .
- ii) Provate che  $f$  soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su  $[-2, 3]$ .
- iii) Determinate il massimo/minimo (risp. punti di massimo/minimo) di  $f$  su  $[-2, 3]$ .
- iv) Calcolate  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$  e  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ . Dite se  $f$  è derivabile in  $x_0 = 0$ .
- v) Determinate  $\int_{-2}^3 f(x) dx$ .

- 3) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni/disequazioni:

$$|x^2 - 2x - 1| < 2; \quad \frac{2^{3-x} \cdot 2^{-x^2+1}}{2^{|x+1|}} = 3^0; \quad \log_4(x^2 - 1) - \log_4(|x| + 1) \leq 0.$$

- 
- 4) Provate che l'equazione  $x^4 = -3x^3 + 1$  ha una soluzione  $x_0 \in ]0, 1[$ . Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo  $]\tilde{a}, \tilde{b}[ \subset ]0, 1[$  tale che  $x_0 \in ]\tilde{a}, \tilde{b}[$  e  $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$ .

- 
- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \log(x^2 - 2x + 2)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di coordinata  $x = 0$ . Rappresentatela nello stesso sistema di riferimento di  $f$ .

iii) Determinate il segno di  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- 
- 6) Quanti sono gli incontri di calcio del Campionato italiano di Serie B (andata e ritorno, 22 squadre) nel 2013-2014?