

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

--	--	--	--	--	--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2013-2014 — ROVERETO, 9 GENNAIO 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) i) Calcolate

$$\int_{-1}^2 |x^2 - 1| dx; \quad \int_{-3}^2 \frac{e^{2x} + 1}{e^x} dx; \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3^{x+2}}{|x| - 2}.$$

ii) Calcolate l'area della regione piana E delimitata dal grafico della funzione $f(x) = e^x - 1$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$ e dalla retta di equazione $x = 1$.

iii) Calcolate $\sum_{j=1}^5 \text{area}(T_j)$, dove $T_j = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, 0 \leq y \leq -j|x| + j\}$.

iv) Calcolate $\lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\sum_{n=2}^4 \int_1^b \frac{1}{x^n} dx \right)$.

2) Sia $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2|x+2| & \text{se } -3 \leq x \leq -1 \\ \frac{2}{x+2} & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ -x^2 - \frac{1}{2}x + 1 & \text{se } 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f .

ii) Provate che f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-3, 2]$.

iii) Determinate il massimo/minimo (risp. punti di massimo/minimo) di f su $[-3, 2]$.

iv) Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x_0 = 0$.

v) Determinate $\int_{-3}^2 f(x) dx$.

3) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni/disequazioni:

$$|x^2 + 2x - 1| < 2; \quad \frac{2^{|x+1|} \cdot 2^{-x^2+1}}{2^{x-3}} = 3^0; \quad \log_2(x^2 - 1) - \log_2(|x| + 1) \geq 0.$$

4) Provate che l'equazione $2x^5 = -x^2 + 1$ ha una soluzione $x_0 \in]0, 1[$. Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $] \tilde{a}, \tilde{b}[\subset]0, 1[$ tale che $x_0 \in] \tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \log(x^2 + 2x + 2)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$. Rappresentatela nello stesso sistema di riferimento di f .

iii) Determinate il segno di $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

6) Quanti sono gli incontri di calcio del Campionato italiano di Serie A (andata e ritorno, 20 squadre) nel 2013-2014?

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2013-2014 — ROVERETO, 9 GENNAIO 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) i) Calcolate

$$\int_0^3 |x^2 - 1| dx; \quad \int_{-1}^2 \frac{e^{3x} + 1}{e^x} dx; \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3^{x+2}}{|x| - 2}.$$

ii) Calcolate l'area della regione piana E delimitata dal grafico della funzione $f(x) = e^x - 1$, dalla retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$ e dalla retta di equazione $x = -1$.

iii) Calcolate $\sum_{j=2}^6 \text{area}(T_j)$, dove $T_j = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, 0 \leq y \leq -j|x| + j\}$.

iv) Calcolate $\lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\sum_{n=2}^4 \int_2^b \frac{1}{x^n} dx \right)$.

2) Sia $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + \frac{1}{2}x + 1 & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ -\frac{2}{x-2} & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 2|x-2| & \text{se } 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

i) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f .

ii) Provate che f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-2, 3]$.

iii) Determinate il massimo/minimo (risp. punti di massimo/minimo) di f su $[-2, 3]$.

iv) Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x_0 = 0$.

v) Determinate $\int_{-2}^3 f(x) dx$.

3) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni/disequazioni:

$$|x^2 - 2x - 1| < 2; \quad \frac{2^{3-x} \cdot 2^{-x^2+1}}{2^{|x+1|}} = 3^0; \quad \log_4(x^2 - 1) - \log_4(|x| + 1) \leq 0.$$

4) Provate che l'equazione $x^4 = -3x^3 + 1$ ha una soluzione $x_0 \in]0, 1[$. Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $] \tilde{a}, \tilde{b}[\subset]0, 1[$ tale che $x_0 \in] \tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \log(x^2 - 2x + 2)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$. Rappresentatela nello stesso sistema di riferimento di f .

iii) Determinate il segno di $\int_0^1 f(x) dx$.

6) Quanti sono gli incontri di calcio del Campionato italiano di Serie B (andata e ritorno, 22 squadre) nel 2013-2014?
