

Università di Trento - Dip. di Psicologia e Scienze Cognitive
 CDL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva
 SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA
 a.a. 2013-2014 - Rovereto, 9 gennaio 2014

FILA (A)

$$1) i) \int_{-1}^2 |x^2 - 1| dx = \int_{-1}^1 (-x^2 + 1) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + x \right]_{-1}^1 + \left[\frac{x^3}{3} - x \right]_1^2 =$$

$$= \left[\left(-\frac{1}{3} + 1 \right) - \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \right] + \left[\left(\frac{8}{3} - 2 \right) - \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \right] = -\frac{2}{3} + 2 + \frac{7}{3} - 1 = \underline{\underline{\frac{8}{3}}}$$

$$\int_{-3}^2 \frac{e^{2x} + 1}{e^x} dx = \int_{-3}^2 [e^x + e^{-x}] dx = [e^x - e^{-x}]_{-3}^2 = (e^2 - e^{-2}) - (e^{-3} - e^3)$$

$$= e^3 + e^2 - \frac{1}{e^2} - \frac{1}{e^3}$$

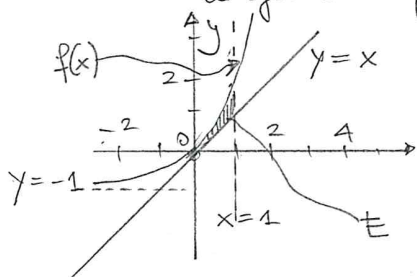
$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3^{x+2} \rightarrow 3^0 = 1}{|x| - 2} = \underline{\underline{+\infty}}$$

infinitesimo positivo

□

ii) $f(x) = e^x - 1$ $f'(x) = e^x$ $f'(0) = 1$ $y = x$ è l'eq. della retta

tangente al grafico di f nel pt. $(0, 0)$

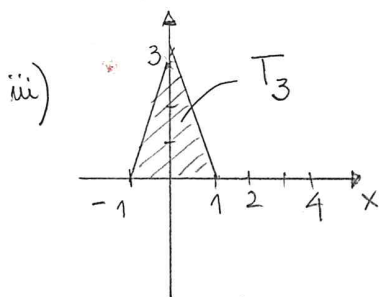


$$\text{area}(E) = \int_0^1 (e^x - 1 - x) dx = \left[e^x - x - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 =$$

$$= (e - 1 - \frac{1}{2}) - (1) = e - 2 - \frac{1}{2} =$$

$$= \underline{\underline{e - \frac{5}{2}}}$$

□



$$\sum_{j=1}^5 \text{area}(T_j) = \text{area}(T_1) + \text{area}(T_2) + \dots + \text{area}(T_5)$$

$$= \frac{2 \cdot 1}{2} + \frac{2 \cdot 2}{2} + \frac{2 \cdot 3}{2} + \dots + \frac{2 \cdot 5}{2}$$

$$= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \underline{\underline{15}}$$

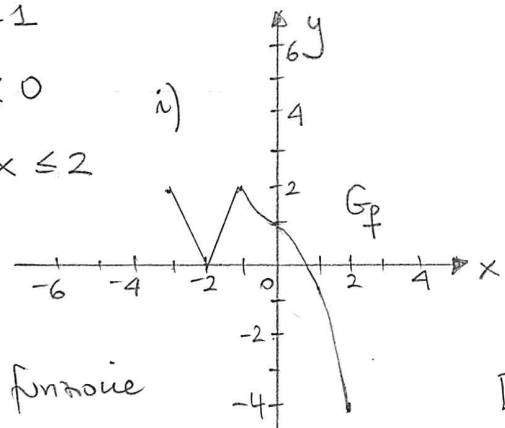
□

iv) $\lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\int_1^b \frac{1}{x^2} dx + \int_1^b \frac{1}{x^3} dx + \int_1^b \frac{1}{x^4} dx \right) = \lim_{b \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{x^{-1}}{-1} + \frac{x^{-2}}{-2} + \frac{x^{-3}}{-3} \right) \right]$

$$= \lim_{b \rightarrow +\infty} \left[\left(-\frac{1}{b} - \frac{1}{2b^2} - \frac{1}{3b^3} \right) - \left(-\frac{1}{1} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \right] = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{11}{6}}}$$

□

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} 2|x+2| & \text{se } -3 \leq x \leq -1 \\ \frac{2}{x+2} & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ -\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{17}{16} & \text{se } 0 < x \leq 2 \end{cases}$$



ii) Dobbiamo solo provare che f è continua su $[-3, 2]$. Poiché la funzione è definita a tratti mediante funzioni continue, basta provare che f è continua in $x = -1$ e in $x = 0$. Ora

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^-} 2|x+2| &= 2 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2}{x+2} &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2. \text{ Poiché vale anche } f(-1) = 2, \\ \text{possiamo concludere che } f \text{ è continua in } x = -1.$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2}{x+2} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(-x^2 - \frac{1}{2}x + 1\right) &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1. \text{ Poiché } f(0) = 1, \\ \text{possiamo concludere che } f \text{ è continua in } x = 0. \quad \square$$

iii) $\max_{[-3, 2]} f(x) = \underline{\underline{2}} \quad x = -3, x = -1 \text{ pt. di mass. di } f \text{ su } [-3, 2].$
 $\min_{[-3, 2]} f(x) = \underline{\underline{-4}} \quad x = 2 \text{ pt. di minimo di } f \text{ su } [-3, 2]. \quad \square$

$$\text{iv) } \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\frac{2}{h+2} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{2 - h^2 - 2}{h(h+2)} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}},$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{-h^2 - \frac{1}{2}h + 1 - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \left(-h - \frac{1}{2}\right) = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}.$$

Poiché si ottiene che $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = -\frac{1}{2}$, si ha $f'(0) = -\frac{1}{2}$ e f risulta derivabile in $x_0 = 0$. $\square$

$$\text{v) Si ha } \int_{-3}^2 f(x) dx = \int_{-3}^{-1} 2|x+2| dx + \int_{-1}^0 \frac{2}{x+2} dx + \int_0^2 \left(-x^2 - \frac{1}{2}x + 1\right) dx$$

$$= 2 + 2 \left[\log|x+2| \right]_{-3}^{-1} + \left[-\frac{x^3}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + x \right]_0^2 =$$

$$= 2 + 2(\log 2 - \log 1) - \frac{8}{3} - \frac{1}{4} + 2 = \underline{\underline{2 \log 2 + \frac{1}{3}}}. \quad \blacksquare$$

$$3) \bullet |x^2+2x-1| < 2 \Leftrightarrow -2 < x^2+2x-1 < 2 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2+2x+1 > 0 \\ x^2+2x-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 > 0 \\ (x+3)(x-1) < 0 \end{cases}$$

$$\underline{S =]-3, 1[\setminus \{-1\}}.$$

□

$$\bullet 2^{|x+1|-x^2+1-x+3} = 3^0 \Leftrightarrow 2^{|x+1|-x^2-x+4} = 2^0$$

$$\Leftrightarrow |x+1|-x^2-x+4 = 0$$

$2^x \uparrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ -x^2+5=0 \end{cases} \circ \begin{cases} x+1 < 0 \\ -x^2-2x+3=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2=5 \end{cases} \circ \begin{cases} x < -1 \\ (x+3)(x-1)=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S = \{-3, \sqrt{5}\}}.$$

□

$$\bullet \log_2(x^2-1) \geq \log_2(|x|+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1 > 0 \\ |x|+1 > 0 \\ x^2-1 \geq |x|+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \circ x > 1 \\ x^2-1 \geq |x|+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x^2-1 \geq -x+1 \end{cases} \circ \begin{cases} x > 1 \\ x^2-1 \geq x+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x^2+x-2 \geq 0 \end{cases} \circ \begin{cases} x > 1 \\ x^2-x-2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ (x+2)(x-1) \geq 0 \end{cases} \circ \begin{cases} x > 1 \\ (x-2)(x+1) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{S =]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[}.$$

■

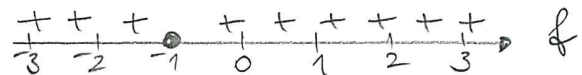
4) Poniamo $f(x) = 2x^5 + x^2 - 1$ su $[0, 1]$. Allora f è una funzione continua su $[0, 1]$; inoltre $f(0) = -1$ (< 0) e $f(1) = 2$ (> 0). Per il teorema di esistenza degli zeri esiste $x_0 \in]0, 1[$ tale che $f(x_0) = 0$, ossia esiste una soluzione $x_0 \in]0, 1[$ dell'equazione $2x^5 = -x^2 + 1$. Essendo f una funzione strettamente crescente su $[0, 1]$ [$2x^5$ è strett. crescente su $[0, 1]$, inoltre

x^2-1 è strettamente crescente su $[0,1]$ e somma di due funzioni strettamente crescenti è strettamente crescente, $x_0 \in]0,1[$ è l'unico zero per f , ossia l'unica soluzione in $]0,1[$ dell'equazione data.

Consideriamo $a_1 = \frac{1}{2}$ (pt. medio di $[0,1]$). Si ha $f(\frac{1}{2}) = \frac{2}{32} + \frac{1}{4} - 1 < 0$. Quindi $x_0 \in]\frac{1}{2}, 1[$. Consideriamo il pt. medio di $]\frac{1}{2}, 1[$, ossia $a_2 = \frac{3}{4}$. Abbiamo $f(\frac{3}{4}) = \frac{27 \cdot 9}{64 \cdot 16} + \frac{9}{16} - 1 > 0$. Possiamo allora porre $\tilde{a} = \frac{1}{2}$, $\tilde{b} = \frac{3}{4}$ e assicurare che $x_0 \in]\tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$. ■

5) i) $f(x) = \log(x^2 + 2x + 2)$ • $\text{dom } f = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$, poiché $x^2 + 2x + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

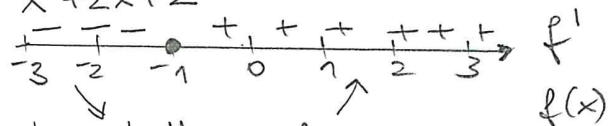
• segno di f : $x^2 + 2x + 2 > 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 > 0$.



• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

• f continua su $\mathbb{R}$, poiché somma e composizione di funzioni continue

• $\text{dom } f' = \mathbb{R}$ $f'(x) = \frac{2x+2}{x^2+2x+2}$ $x = -1$ pt. critico per f



$$f(-1) = \log(1 - \cancel{2} + \cancel{2}) = \underline{\underline{0}}$$

$$\begin{aligned} \text{• } \text{dom } f'' &= \mathbb{R} \quad f''(x) = \frac{2(x^2+2x+2) - (2x+2)^2}{(x^2+2x+2)^2} = \\ &= \frac{2x^2 + 4x + \cancel{4} - 4x^2 - 8x - \cancel{4}}{(x^2+2x+2)^2} = \\ &= \frac{-2x^2 - 4x}{(x^2+2x+2)^2} = \frac{-2x(x+2)}{(x^2+2x+2)^2} \end{aligned}$$

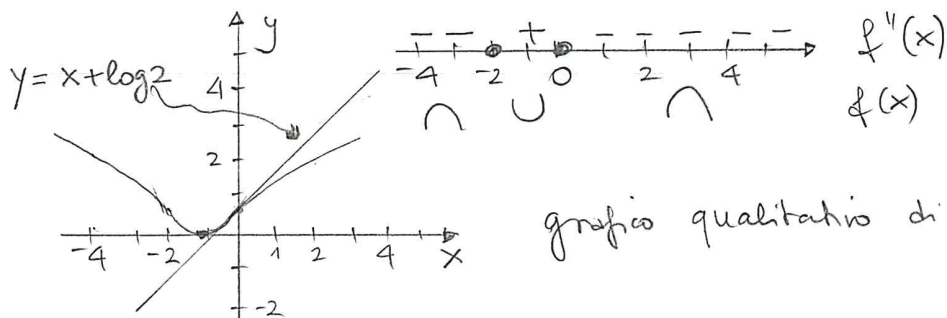


grafico qualitativo di f .



ii) $x=0 \quad f(0) = \log 2$

$f'(x) = \frac{2x+2}{x^2+2x+2} \Rightarrow f'(0) = 1$

$y = x + \log 2$
eq. retta tg. al grafico
di f in $(0, \log 2)$.



iii) $\int_{-1}^0 f(x) dx > 0$, poiché $f(x) > 0$ su $]-1, 0[$.



6) $D_{20,2} = \frac{20!}{18!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{18!} = \underline{\underline{380}}$.



FILA (B)

1) i) (vedi grafico FILA (A) 1i))

$$\int_0^3 |x^2 - 1| dx = \int_0^1 (-x^2 + 1) dx + \int_1^3 (x^2 - 1) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + x \right]_0^1 + \left[\frac{x^3}{3} - x \right]_1^3$$

$$= \left(-\frac{1}{3} + 1 \right) + \left[\left(9 - 3 \right) - \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \right] = -\frac{2}{3} + 8 = \underline{\underline{\frac{22}{3}}}$$

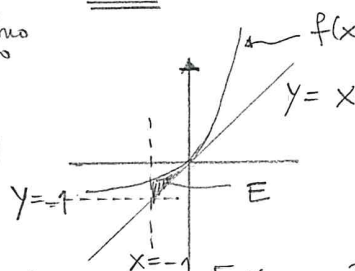
$$\int_{-1}^2 \frac{e^{3x} + 1}{e^x} dx = \left[e^{2x} + e^{-x} \right]_{-1}^2 = \left[\frac{1}{2} e^{2x} - e^{-x} \right]_{-1}^2 =$$

$$= \left(\frac{1}{2} e^4 - e^{-2} \right) - \left(\frac{1}{2} e^{-2} - e^1 \right) = \underline{\underline{\frac{e^4}{2} + e - \frac{3}{2e^2}}}$$

$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3^{x+2}}{|x|-2} \rightarrow 3^0 = \underline{\underline{-\infty}}$
infinitesimo negativo



ii) (vedi FILA (A) 1ii))



area(E) = $\int_{-1}^0 (e^x - 1 - x) dx = \left[e^x - x - \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 = 1 - \left(e^{-1} + 1 - \frac{1}{2} \right) = \underline{\underline{\frac{1}{2} - \frac{1}{e}}}$



$$\text{ii)} \text{ (vedi FILA (A) 1ii)} \quad \sum_{j=2}^6 \text{area}(T_j) = \text{area}(T_2) + \text{area}(T_3) + \dots + \text{area}(T_6)$$

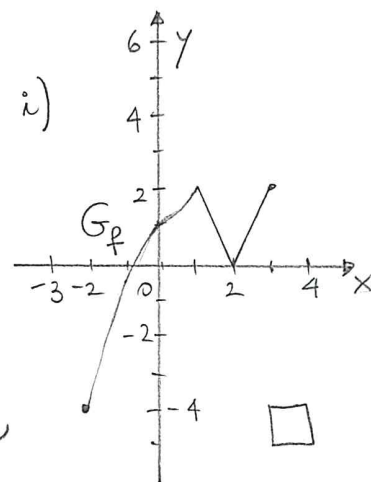
$$= 2 \cdot \frac{2}{2} + 2 \cdot \frac{3}{2} + \dots + 2 \cdot \frac{6}{2} = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \underline{20}. \quad \square$$

$$\text{iv)} \quad \lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\int_2^b \frac{1}{x^2} dx + \int_2^b \frac{1}{x^3} dx + \int_2^b \frac{1}{x^4} dx \right) =$$

$$\lim_{b \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^{-1}}{-1} + \frac{x^{-2}}{-2} + \frac{x^{-3}}{-3} \right]_2^b = \lim_{b \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{2b^2} - \frac{1}{3b^3} \right) - \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{8} - \frac{1}{24} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}. \quad \blacksquare$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} -(x - \frac{1}{4})^2 + \frac{17}{16} & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ -\frac{2}{x-2} & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 2|x-2| & \text{se } 1 < x \leq 3 \end{cases} \quad \text{i)}$$



ii) Dobbiamo provare che f sia continua su $[-2, 3]$. Poiché la funzione è definita a tratti mediante funzioni continue, basta

provare che f è continua in $x = 0$ e in $x = 1$. Ora

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x^2 + \frac{1}{2}x + 1) &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(-\frac{2}{x-2} \right) &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1. \text{ Poiché vale anche } f(0) = 1, \text{ possiamo concludere che } f \text{ è continua in } x = 0.$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(-\frac{2}{x-2} \right) &= 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} 2|x-2| &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2. \text{ Poiché vale anche } f(1) = 2, \text{ possiamo concludere che } f \text{ è continua in } x = 1. \quad \square$$

$$\text{iii)} \quad \max_{[-2, 3]} f = \underline{2} \quad \underline{x=1, x=3} \text{ pt. di mass. di } f \text{ su } [-2, 3].$$

$$\min_{[-2, 3]} f = \underline{-4} \quad \underline{x=-2} \text{ pt. di minimo di } f \text{ su } [-2, 3]. \quad \square$$

$$\text{iv)} \quad \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-h^2 + \frac{1}{2}h + 1 - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \left(-h + \frac{1}{2} \right) = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}.$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{-\frac{2}{h-2} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{-2-h+2}{h(h-2)} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{-1}{h-2} =$$

$$= +\frac{1}{2}.$$

Poiché si ottiene che $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \frac{1}{2}$, si ha che f è derivabile in $x_0 = 0$ e $f'(0) = \frac{1}{2}$. □

v) Si ha $\int_{-2}^3 f(x) dx = \int_{-2}^0 (-x^2 + \frac{1}{2}x + 1) dx + \int_0^1 \frac{-2}{x-2} dx + \int_1^3 2|x-2| dx =$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + x \right]_{-2}^0 - 2 \left[\log|x-2| \right]_0^1 + 2 = -\left(\frac{8}{3} + \frac{1}{4} - 2 \right) + 2 \log 2 + 2$$

$$= -\frac{5}{3} + 2 + 2 \log 2 = \underline{\underline{2 \log 2 + \frac{1}{3}}}.$$

3) • $|x^2 - 2x - 1| < 2 \Leftrightarrow -2 < x^2 - 2x - 1 < 2 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 \\ x^2 - 2x - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 > 0 \\ (x-3)(x+1) < 0 \end{cases}$$

$$S = \underline{\underline{]-1, 3[\setminus \{1\}}}. \quad \square$$

• $2^{3-x-x^2+1-|x+1|} = 3^0 \Leftrightarrow 2^{-|x+1|-x^2-x+4} = 2^0$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} 2^x \nearrow \\ -|x+1| - x^2 - x + 4 = 0 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ -x^2 - 2x + 3 = 0 \end{cases} \quad \circ \quad \begin{cases} x+1 < 0 \\ -x^2 + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \quad \circ \quad \begin{cases} x < -1 \\ x^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{S = \{-\sqrt{5}, 1\}}}. \quad \square$$

• $\log_4(x^2 - 1) \leq \log_4(|x| + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ |x| + 1 > 0 \\ x^2 - 1 \leq |x| + 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \quad \circ \quad x > 1 \\ x^2 - |x| - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x^2 + x - 2 \leq 0 \end{cases} \quad \circ \quad \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - x - 2 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ (x+2)(x-1) \leq 0 \end{cases} \quad \circ \quad \begin{cases} x > 1 \\ (x-2)(x+1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S = [-2, -1[\cup]1, 2]}}. \quad \square$$

4) Possiamo $f(x) = x^4 + 3x^3 - 1$ in $[0, 1]$. Allora f è una funzione continua in $[0, 1]$; inoltre $f(0) = -1$ (< 0) e $f(1) = 3$ (> 0).

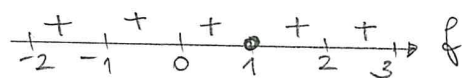
Per il teorema di esistenza degli zeri esiste $x_0 \in]0, 1[$ tale che $f(x_0) = 0$, ossia esiste una soluzione $x_0 \in]0, 1[$ dell'equazione $x^4 = -3x^3 + 1$. Essendo f una funzione strettamente crescente in $[0, 1]$ [x^4 è strett. crescente in $[0, 1]$ e $3x^3 - 1$ è strett. crescente in $[0, 1]$ e la somma di due funzioni strett. crescenti è strett. crescente], $x_0 \in]0, 1[$ è l'unico zero di f , ossia l'unica soluzione in $]0, 1[$ dell'eq. data.

Consideriamo ora $a_1 = \frac{1}{2}$ (pt. medio di $[0, 1]$). Si ha $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{16} + \frac{3}{8} - 1 < 0$. Quindi $x_0 \in]\frac{1}{2}, 1[$. Consideriamo il pt. medio di $]\frac{1}{2}, 1[$, ossia $a_2 = \frac{3}{4}$. Abbiamo $f(\frac{3}{4}) = \frac{81}{256} + \frac{81}{64} - 1 > 0$. Possiamo allora porre $\tilde{a} = \frac{1}{2}$, $\tilde{b} = \frac{3}{4}$ e asserire che $x_0 \in]\tilde{a}, \tilde{b}[$ con $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$. ■

5) i) $f(x) = \log(x^2 - 2x + 2)$ • $\text{dom } f = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$, poiché

$$x^2 - 2x + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

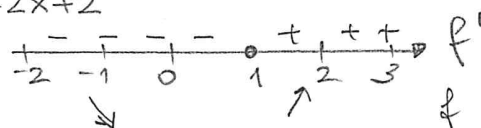
• segno di f : $x^2 - 2x + 2 > 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 > 0$



• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

• f continua in $\mathbb{R}$, poiché somma e composizione di funzioni continue.

• $\text{dom } f' = \mathbb{R}$ $f'(x) = \frac{2x - 2}{x^2 - 2x + 2}$ $x = 1$ pt. critico per f



$x = 1$ pt. di minimo loc. stretto per f

$$f(1) = \log(1 - 2 + 2) = \underline{\underline{0}}.$$

- 9 -

$$\begin{aligned} \bullet \text{ dom } f'' &= \frac{2(x^2 - 2x + 2) - (2x - 2)(2x - 2)}{(x^2 - 2x + 2)^2} = \\ &= \frac{2x^2 - 4x + 4 - 4x^2 + 8x - 4}{(x^2 - 2x + 2)^2} = \frac{-2x(x - 2)}{(x^2 - 2x + 2)^2} \end{aligned}$$

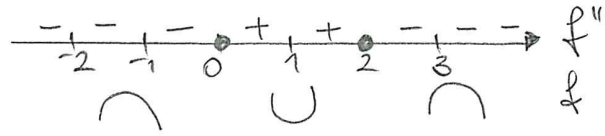
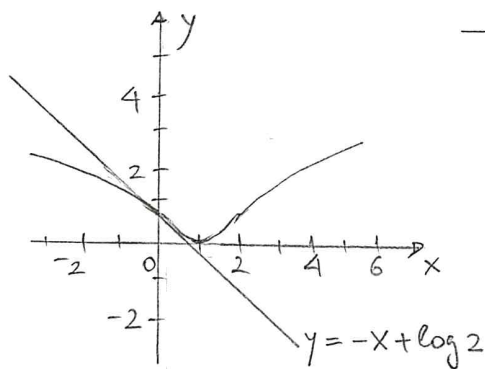


grafico qualitativo di f

□

ii) $x=0 \quad f(0) = \log 2$

$$f'(x) = \frac{2x-2}{x^2-2x+2} \Rightarrow f'(0) = -1$$

$$y = -x + \log 2$$

eq. retta tg. al grafico di f
in $(0, \log 2)$.

□

iii) $\int_0^1 f(x) dx > 0$, poiché $f(x) > 0$ in $]0, 1[$.

■

$$6) D_{22,2} = \frac{22!}{20!} = \frac{22 \cdot 21 \cdot \cancel{20!}}{\cancel{20!}} = \underline{\underline{462}}.$$