

COGNOME		NON SCRIVERE QUI					
NOME							
MATRICOLA		1	2	3	4	5	6
A							

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE
 CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2013-2014 — ROVERETO, 11 SETTEMBRE 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

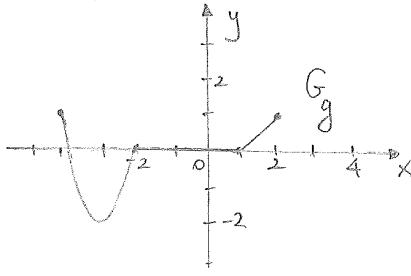
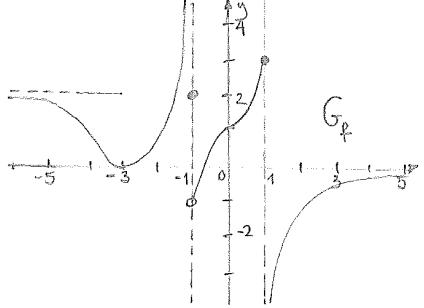
- 1) Sia V il vertice della parabola \mathcal{P} di equazione $y = x^2 - 4x + 3$ e C il centro della circonferenza \mathcal{C} di equazione $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 4 = 0$.
 - i) Determinate l'equazione della retta r passante per V e C .
 - ii) Determinate l'equazione della retta r' passante per C e con pendenza m positiva tale che l'area della regione piana E delimitata dalle rette r e r' e dall'asse y sia uguale a 3.

Rappresentate graficamente \mathcal{P} , \mathcal{C} , r e r' .

- 2)
 - i) Calcolate $\int_1^4 \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}} dx$; $\int_{-1}^1 (2x + 1)^5 dx$.
 - ii) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni: $\frac{e^x e^{|x|}}{e^{x^2}} > 1$; $2x|x + 1| - x^2 \geq 1$.
 - iii) Determinate i punti critici della funzione $F : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

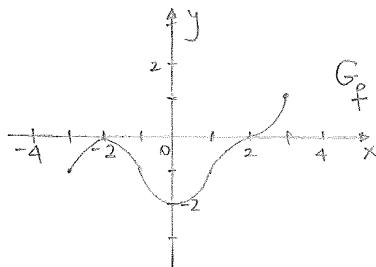
$$F(x) = \int_{-1}^x \frac{t^2 - 2t}{e^t} dt.$$

- 3) Siano $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [-4, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni rappresentate graficamente da



- Determinate i punti di massimo/minimo locali di f su \mathbb{R} .
- Determinate gli eventuali asintoti di f (motivando la risposta).
- Determinate gli intervalli di monotonia di f .
- Calcolate, se esistono, $(f \circ g)(0)$, $(g \circ f)(1)$ e $(fg)(1)$.
- Calcolate $\sum_{n=1}^{10} g\left(\frac{2}{n}\right)$.

- 4) Sia $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura e sia $F : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale definita da $F(x) = \int_{-3}^x f(t) dt$.



- Usando l'interpretazione geometrica dell'integrale provate che $\min_{x \in [-3, 3]} F(x) < -3$.
- Determinate gli zeri della funzione F su $[-3, 3]$ (motivando la risposta).

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = 3 \log(x^2 + e)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$.
- Deducete dal grafico di f un grafico qualitativo della funzione $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ senza fare lo studio di funzione della g .
- Determinate il massimo, se esiste, di g sul suo insieme di definizione.

- 6) Determinate $n \in \mathbb{N}$ tale che $D_{n,2} + C_{n,2} = 18$.

COGNOME		NON SCRIVERE QUI					
NOME							
MATRICOLA	[]	1	2	3	4	5	6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE
CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2013-2014 — ROVERETO, 11 SETTEMBRE 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) Sia V il vertice della parabola \mathcal{P} di equazione $y = x^2 + 4x + 3$ e C il centro della circonferenza \mathcal{C} di equazione $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$.

i) Determinate l'equazione della retta r passante per V e C .

ii) Determinate l'equazione della retta r' passante per C e con pendenza m negativa tale che l'area della regione piana E delimitata dalle rette r e r' e dall'asse y sia uguale a 3.

Rappresentate graficamente \mathcal{P} , \mathcal{C} , r e r' .

2)

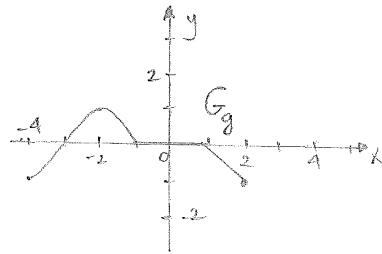
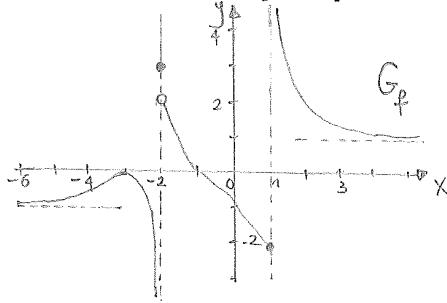
i) Calcolate $\int_1^4 \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x}} dx$; $\int_{-1}^1 (3x + 1)^4 dx$.

ii) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni: $\frac{e^x e^{|x|}}{e^{x^2}} \leq 1$; $2x|x+1| - x^2 < 1$.

iii) Determinate i punti critici della funzione $F : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

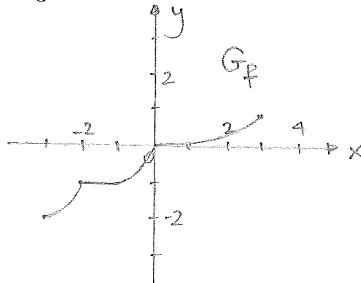
$$F(x) = \int_{-1}^x \frac{t^2 - 3t}{e^t} dt.$$

- 3) Siano $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [-4, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni rappresentate graficamente da



- i) Determinate i punti di massimo/minimo locali di f su \mathbb{R} .
- ii) Determinate gli eventuali asintoti di f (motivando la risposta).
- iii) Determinate gli intervalli di monotonia di f .
- iv) Calcolate, se esistono, $(f \circ g)(0)$, $(g \circ f)(-2)$ e $(fg)(1)$.
- v) Calcolate $\sum_{n=1}^{10} g\left(\frac{2}{n}\right)$.

- 4) Sia $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura e sia $F : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale definita da $F(x) = \int_{-3}^x f(t) dt$.



- i) Usando l'interpretazione geometrica dell'integrale provate che $\min_{x \in [-3, 3]} F(x) < -3$.
- ii) Determinate gli zeri della funzione F su $[-3, 3]$ (motivando la risposta).

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = 4 \log(x^2 + e)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x = 0$.
- iii) Deducete dal grafico di f un grafico qualitativo della funzione $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ senza fare lo studio di funzione della g .
- iv) Determinate il massimo, se esiste, di g sul suo insieme di definizione.

- 6) Determinate $n \in \mathbb{N}$ tale che $4C_{n,2} - D_{n,2} = 20$.