COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2014-2015 — ROVERETO, 31 OTTOBRE 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A = \{-3, 3\}$ e $B =]-3, 3]$. Determinate l'insieme $A \cap B$.

Risposta:

$A \cap B = \{3\}$

a2) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 4\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

(i) $\min A = 2$; (ii) $]-3, -2[\in \mathcal{P}(A)$; (iii) A non è limitato; (iv) non esiste $\max A$.

Risposta:

$A =]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$

i) F
ii) V
iii) V
iv) V

a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ ".

Risposta:

" $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$ "

a4) Determinate almeno un $a \in \mathbb{R}$ tale che l'equazione $ax^2 + 2x - 1 = 0$ abbia una soluzione.

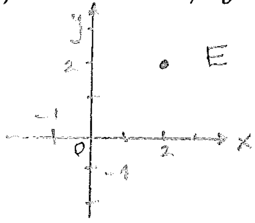
Risposta:

es. $a = 0$ $\left(x = \frac{1}{2}\right)$

A

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = 2\,, \quad y = x\}$.

Risposta:



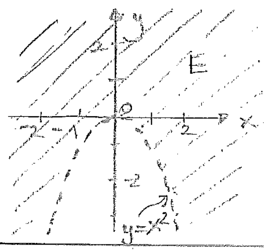
a6) Determinate il punto di intersezione della retta r di equazione $y + x - 1 = 0$ con l'asse y.

Risposta:

$\begin{cases} y = -x + 1 \\ x = 0 \end{cases}$ $(0, 1)$

a7) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme E delle coppie $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $x^2 + y > 0$.

Risposta:



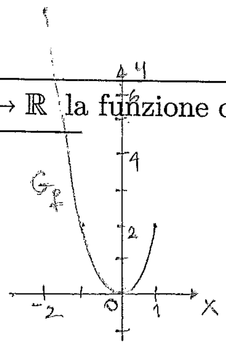
a8) Risolvete in $\mathbb{R}$ la seguente disequazione $\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \leq 0$.

Risposta:

$[-1, 1]$

a9) Sia $f : [-2, 1] \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = 2x^2$. Determinate l'immagine di f.

Risposta:



$f([-2, 1]) = [0, 8]$

a10) Siano $f\,, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 1 & \text{se } x < 1 \\ \sqrt{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \qquad g(x) = \frac{x}{2}.$$

Determinate $(f + g)(-2)$ e $(\dfrac{f}{g})(4)$.

Risposta:

$(f+g)(-2) = f(-2) + g(-2) = -3(-2)+1-1 = 6$

$(\frac{f}{g})(4) = \frac{f(4)}{g(4)} = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$

Università di Trento — Dip. di Psicologia e Scienze Cognitive
CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva
PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA
a.a. 2014/2015 — Rovereto, 31 ottobre 2014

FILA (A)

b1) $\mathcal{A}$ = " $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Z} : y = x+2$ " i) non $\mathcal{A}$ = " $\exists x \in \mathbb{R} : \forall y \in \mathbb{Z},\ y \neq x+2$ ". ☐

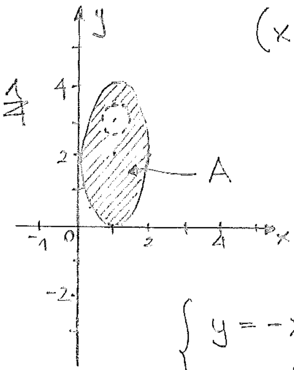
ii) non $\mathcal{A}$ è vero: basta prendere, per esempio, $x = \frac{1}{2}$. ■

b2) $4x^2+y^2-8x-4y+4 \le 0 \iff 4(x^2-2x)+(y^2-4y)+4 \le 0$

$4(x-1)^2-4+(y-2)^2-\cancel{4}+\cancel{4} \le 0$

$(x-1)^2+\frac{(y-2)^2}{4} \le 1$

$(x-1)^2+(y-3)^2 > \frac{1}{4}$

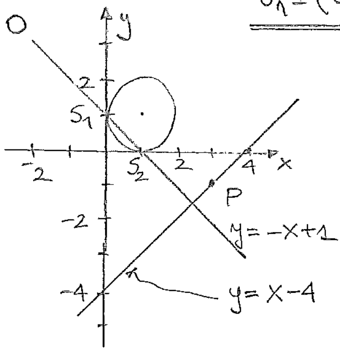


■

b3) i) $\begin{cases} y=-x+1 \\ (x-1)^2+(y-1)^2=1 \end{cases} \iff \begin{cases} y=-x+1 \\ (x-1)^2+(-x+\cancel{1}-\cancel{1})^2=1 \end{cases}$

$\begin{cases} y=-x+1 \\ 2x^2-2x=0 \end{cases} \iff \underline{\underline{S_1=(0,1)}} \quad \underline{\underline{S_2=(1,0)}}.$

iii)



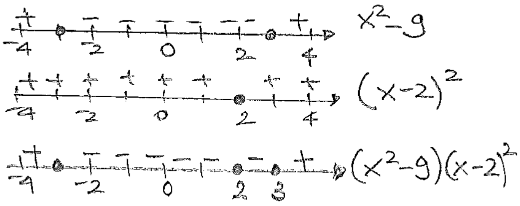
ii) L'eq. della retta r' è

$y=-1+(x-3)$

$\Rightarrow \underline{\underline{y=x-4}}$. ■

b4) $A=\{x\in\mathbb{R} : (x^2-9)(x-2)^2<0\}$

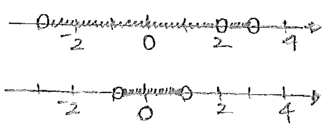
$= \underline{\underline{]-3,3[\ \setminus \{2\}}}.$



$B=\{x\in\mathbb{R} : \frac{1}{x^2+1} > \frac{1}{2}\} =$

$=\{x\in\mathbb{R} : x^2+1<2\}$

$=\{x\in\mathbb{R} : x^2<1\} = \underline{\underline{]-1,1[}}.$

i) 

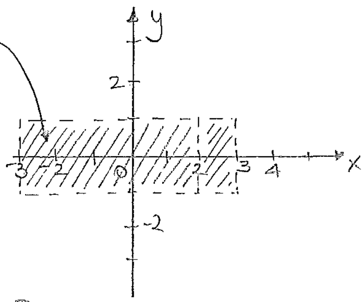
A non è un intervallo

B è un intervallo.

ii) $\underline{\underline{A \cup B = A}}$, $\underline{\underline{A \setminus B = \,]-3,-1] \cup [1,2[\, \cup \,]2,3[}}$.

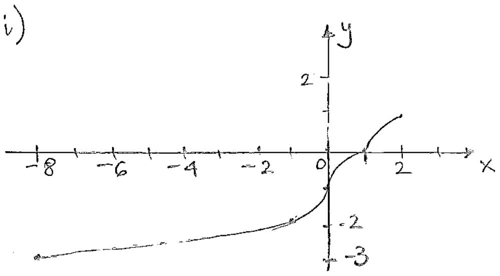
iii) A è un insieme limitato ; $\nexists \min B$.

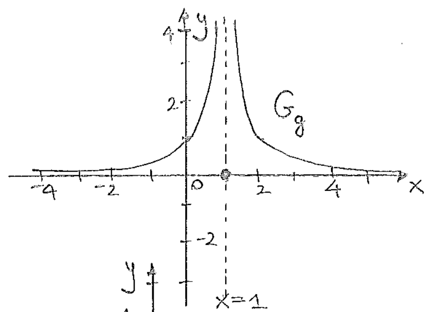
iv) $A \times B$



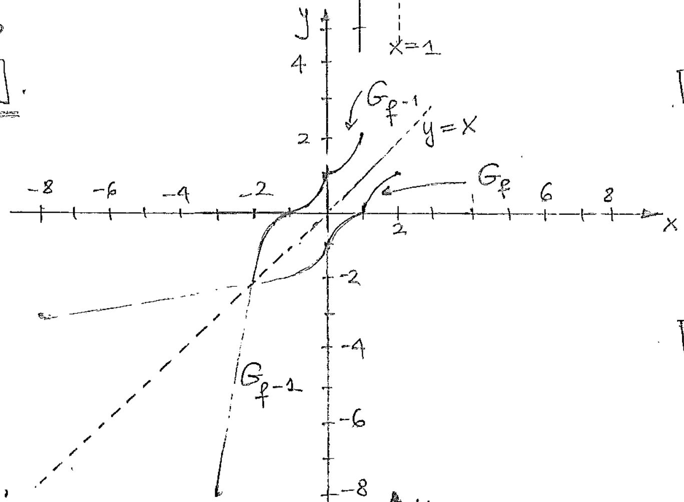
b5) $f : [-8,2] \to \mathbb{R}$ $\qquad$ $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} - 1 & \text{se } -8 \leq x \leq 1 \\ 2\sqrt{x-1} & \text{se } 1 < x \leq 2 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(x-1)^2} & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \\ 0 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

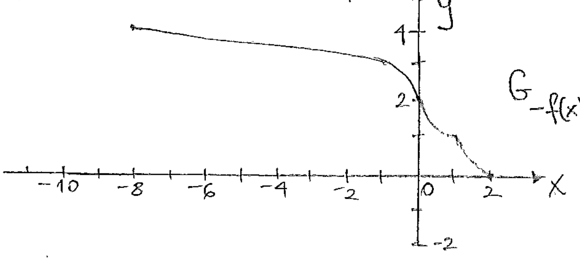
i) 



ii) $f([-8,2]) = \underline{\underline{[-3,1]}}$.

iii) 

iv) g non è iniettiva : basta prendere $x_1 = 0 \neq x_2 = 2$ e si ha $g(x_1) = g(x_2)$.

v) 

COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2014-2015 — ROVERETO, 31 OTTOBRE 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A =]-4,3[$ e $B = \{-3,3\}$. Determinate l'insieme $A \cap B$.

Risposta:

$A \cap B = \{-3\}$

a2) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 2\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

(i) non esiste $\max A$; (ii) $]-3,-1[\in \mathcal{P}(A)$; (iii) A non è limitato; (iv) $\min A = 2$.

Risposta:

i) V iii) V
ii) F iv) F

$A =]-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty[$

a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ ".

Risposta:

" $\forall x \in \mathbb{R}, \ x^2 \leq 0$ "

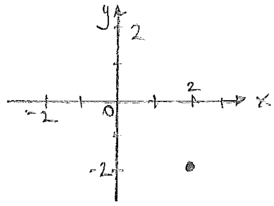
a4) Determinate almeno un $a \in \mathbb{R}$ tale che l'equazione $ax^2 + 2x - 1 = 0$ non abbia una soluzione.

Risposta:

basta che $4 + 4a < 0$, quindi $a < -1$ es. $a = -2$

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 2\,,\ \ y = -x\}$.

Risposta:



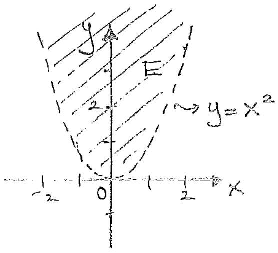
a6) Determinate il punto di intersezione della retta r di equazione $y + x + 4 = 0$ con l'asse x.

Risposta:

$\begin{cases} y = -x-4 \\ y = 0 \end{cases}$ $\qquad (-4, 0)$

a7) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme E delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $-x^2 + y > 0$.

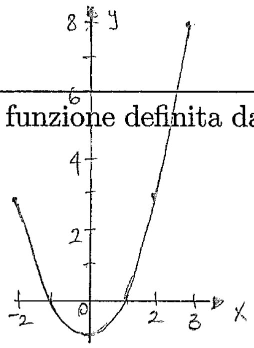
Risposta:



a8) Risolvete in $\mathbb{R}$ la seguente disequazione $\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1} > 0$.

Risposta:

$]-\infty, -1[\ \cup\ ]1, +\infty[$



a9) Sia $f : [-2, 3] \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^2 - 1$. Determinate l'immagine di f.

Risposta:

$f([-2,3]) = [-1, 8]$

a10) Siano $f\,, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 2 & \text{se } x < 1 \\ \sqrt{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \qquad g(x) = \frac{x}{2}\,.$$

Determinate $(f + g)(-3)$ e $(\dfrac{f}{g})(4)$.

Risposta:

$(f+g)(-3) = f(-3) + g(-3) = 9 + 2 - \frac{3}{2} = \frac{19}{2}$

$(\frac{f}{g})(4) = \frac{f(4)}{g(4)} = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$

FILA (B)

b1) $\mathcal{A} =$ "$\forall x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{N} : y + x = 3$" i) non $\mathcal{A} =$ "$\exists x \in \mathbb{R} : \forall y \in \mathbb{N},\ y + x \neq 3$". [

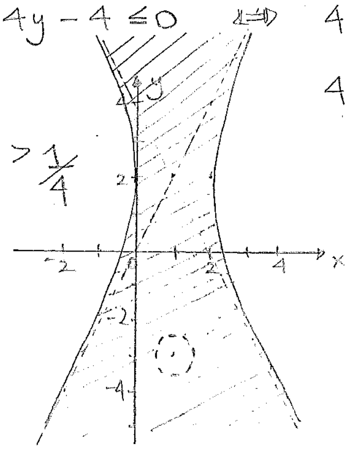
ii) non $\mathcal{A}$ è vero: basta prendere, per esempio, $x = 4$.

b2) $4x^2 - y^2 - 8x + 4y - 4 \leq 0 \iff 4(x^2 - 2x) - (y^2 - 4y) - 4 \leq 0$

$4(x-1)^2 - 4 - (y-2)^2 + \cancel{4} - \cancel{4} \leq 0$

$(x-1)^2 - \dfrac{(y-2)^2}{4} \leq 1$

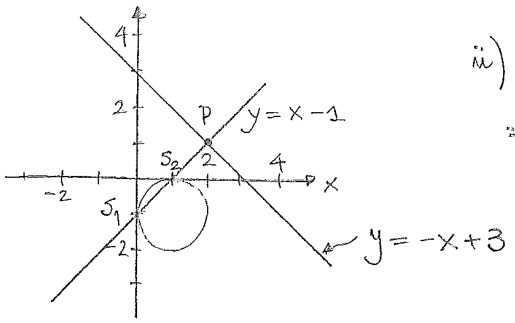
$(x-1)^2 + (y+3)^2 > \dfrac{1}{4}$



b3) i) $\begin{cases} y = x - 1 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} y = x - 1 \\ (x-1)^2 + (x - \cancel{1} + \cancel{1})^2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} y = x - 1 \\ 2x^2 - 2x = 0 \end{cases} \iff \underline{\underline{S_1 = (0, -1)}} \quad \underline{\underline{S_2 = (1, 0)}}.$

iii)



ii) $y = 1 - (x - 2)$ l'eq. della retta r'

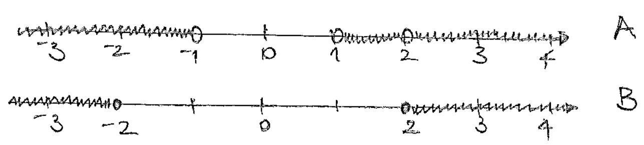
$\Rightarrow \underline{\underline{y = -x + 3}}.$

b4) $A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \dfrac{x^2 - 1}{(x-2)^2} > 0 \right\} = \underline{\underline{]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[\setminus \{2\}}}.$

$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \dfrac{1}{x^2 + 1} \leq \dfrac{1}{5} \right\} = \{ x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \geq 5 \} = \{ x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 4 \}$

$= \underline{\underline{]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[}}.$

i)

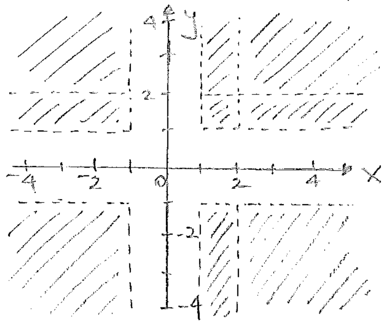


Nè A, nè B è un intervallo.

ii) $A \cap B = \underline{]-\infty,-2] \cup]2,+\infty[}$ $A \setminus B = \underline{]-2,-1[\cup]1,2[}$.

iii) A non è un insieme limitato. $\nexists$ min B.

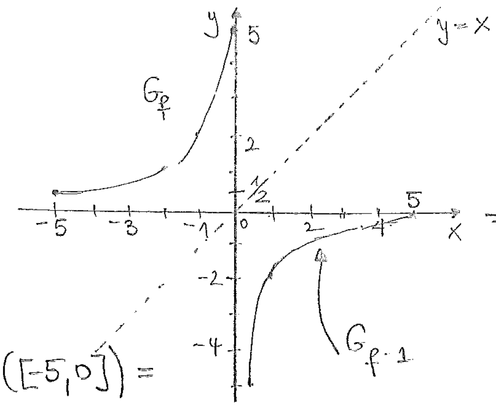
iv) $A \times A$

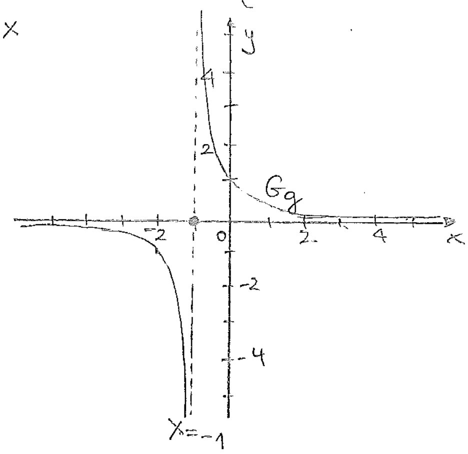


b5) $f : [-5,0] \to \mathbb{R}$ $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{3}{x-1} & \text{se } -5 \le x \le -2 \\ (x+2)^2+1 & \text{se } -2 < x \le 0 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(x+1)^3} & \text{se } x \in \mathbb{R}\setminus\{-1\} \\ 0 & \text{se } x = -1. \end{cases}$$

i)

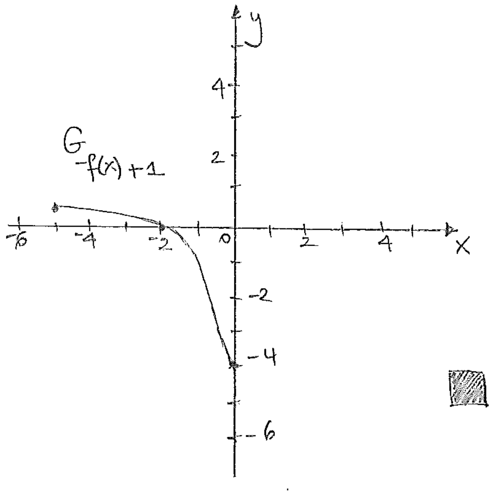




ii) $f([-5,0]) =$
$= \underline{\left[\frac{1}{2}, 5\right]}$

iv) g è iniettiva: ogni retta orizzontale interseca il grafico di g in uno ed un solo pt.

v)



COGNOME ____________________

NOME ____________________

MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5

C

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2014-2015 — ROVERETO, 31 OTTOBRE 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA.**
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A =]-4,3[$ e $B = \{-3,4\}$. Determinate l'insieme $A \cup B$.

Risposta:

$A \cup B =]-4,3[\cup \{4\}$

a2) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : 4x^2 \geq 1\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

(i) non esiste $\max A$; (ii) $]0, \frac{1}{2}[\in \mathcal{P}(A)$; (iii) A è limitato; (iv) $\min A = \frac{1}{2}$.

Risposta:

$A =]-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty[$

i) V
ii) F
iii) F
iv) F

a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: " $\exists x \in \mathbb{R} : x^3 > -1$ ".

Risposta:

" $\forall x \in \mathbb{R},\ x^3 \leq -1$ "

a4) Determinate almeno un $a \in \mathbb{R}$ tale che l'equazione $ax^2 + 4x - 1 = 0$ non abbia una soluzione.

Risposta:

basta che $16 + 4a < 0$, quindi $a < -4$ es. $a = -5$

FILA (C)

b1) $\mathcal{A}=$ "$\exists x\in\mathbb{Z}: \forall y\in\mathbb{N},\ x-y\le 3$"

i) non $\mathcal{A}=$ "$\forall x\in\mathbb{Z},\ \exists y\in\mathbb{N}:\ x-y>3$".

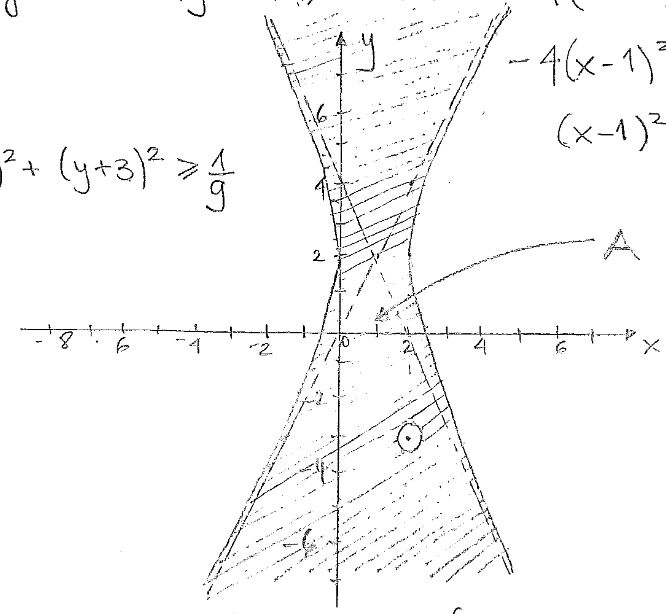
ii) $\mathcal{A}$ è vera: infatti, basta prendere un qualsiasi x intero negativo e si ha $x\le y+3\ \forall y\in\mathbb{N}$, poiché $y+3>0\ \forall y\in\mathbb{N}$.

b2) $-4x^2+y^2+8x-4y+4\geq 0 \iff -4(x-1)^2+4+(y-2)^2-\cancel{4}+\cancel{4}\geq 0$

$-4(x-1)^2+(y-2)^2\geq -4$

$(x-1)^2-\frac{(y-2)^2}{4}\leq 1$

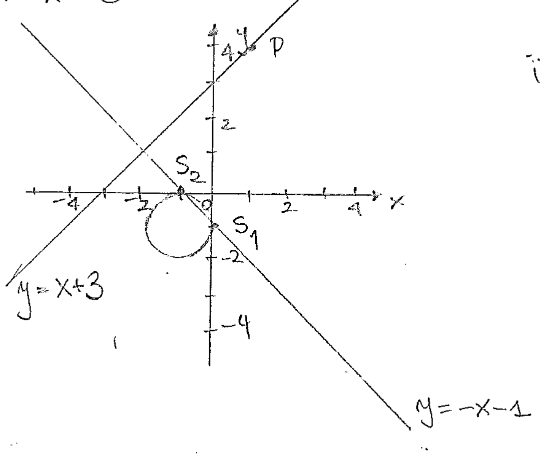
$(x-2)^2+(y+3)^2\geq\frac{1}{9}$



b3) i) $\begin{cases} y=-x-1\\ (x+1)^2+(y+1)^2=1\end{cases} \iff \begin{cases} y=-x-1\\ (x+1)^2+(-x-\cancel{1}+\cancel{1})^2=1\end{cases}$

$\begin{cases} y=-x-1\\ 2x^2+2x=0\end{cases} \iff \underline{\underline{S_1=(0,-1)}}\quad \underline{\underline{S_2=(-1,0)}}.$

iii)



ii) l'eq. della retta r' è

$y=4+(x-1)$

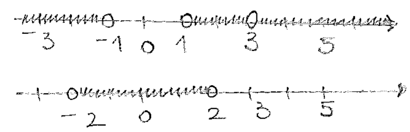
$\underline{\underline{y=x+3.}}$

b4) $A=\left\{x\in\mathbb{R}:\ \frac{x^2-1}{(x-3)^2}>0\right\}=\underline{\underline{]-\infty,-1[\,\cup\,]1,+\infty[\,\setminus\{3\}.}}$

$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x^2+1} > \frac{1}{5} \right\} = \left\{ x \in \mathbb{R} : x^2+1 < 5 \right\} =$

$= \left\{ x \in \mathbb{R} : x^2 < 4 \right\} = \underline{\underline{]-2,2[}}.$

i)



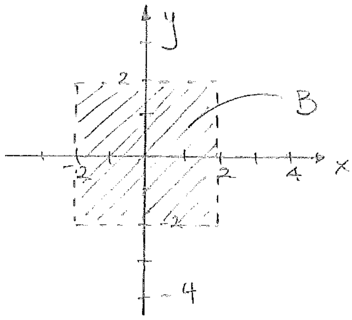
A — A non è un intervallo

B — B è un intervallo.

ii) $\underline{\underline{A \cap B =]-2,-1[\cup]1,2[}}$, $\quad \underline{\underline{A \setminus B =]-\infty,-2] \cup [2,3[\cup]3,+\infty[}}$

iii) A non è un insieme limitato. $\nexists \min B$.

iv) $B \times B$



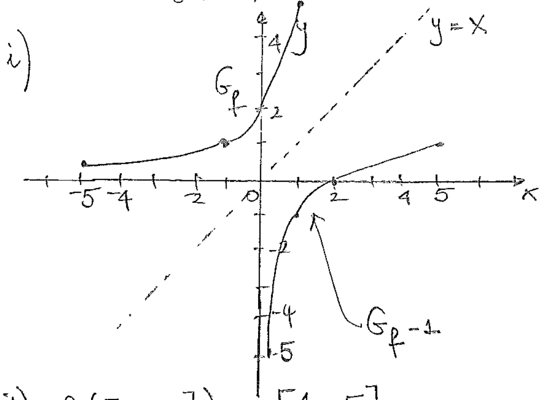
b5) $f : [-5,1] \to \mathbb{R}$,

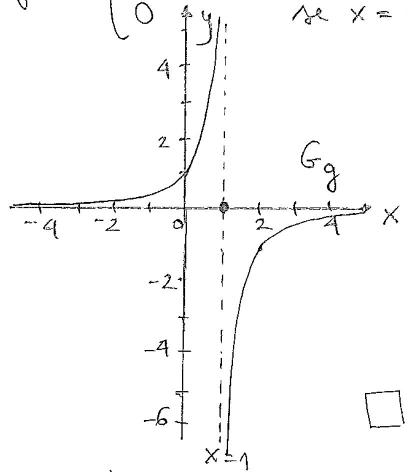
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x-1} & \text{se } -5 \le x \le -1 \\ (x+1)^2+1 & \text{se } -1 < x \le 1 \end{cases}$$

$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{(x-1)^3} & \text{se } x \in \mathbb{R}\setminus\{1\} \\ 0 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

i)

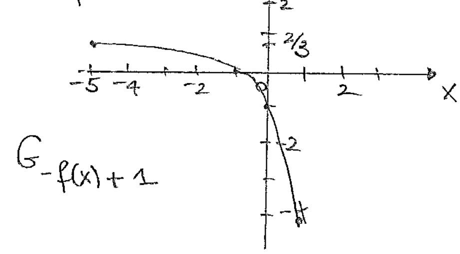




ii) $f([-5,1]) = \underline{\underline{\left[\frac{1}{3}, 5\right]}}$

iv) g è iniettiva: ogni retta orizzontale interseca il grafico di g in uno ed un solo pto.

v)



COGNOME ______ NOME ______ MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋	NON SCRIVERE QUI 1 2 3 4 5	D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2014-2015 — ROVERETO, 31 OTTOBRE 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A =]-4,3]$ e $B = \{-4,3\}$. Determinate l'insieme $A \setminus B$.

Risposta:

$A \setminus B =]-4,3[$

a2) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 2\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

(i) non esiste $\max A$; (ii) $]0,2[\in \mathcal{P}(A)$; (iii) A è limitato; (iv) $\min A = 0$.

Risposta:

i) F
ii) F
iii) V
iv) F

$A = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

a3) Scrivete la negazione della seguente proposizione: " $\exists x \in \mathbb{R} : -x^3 > 0$ ".

Risposta:

" $\forall x \in \mathbb{R}, \ -x^3 \leq 0$ ".

a4) Determinate un $a \in \mathbb{R}$ tale che l'equazione $ax^2 + 2x = 0$ abbia una soluzione positiva.

Risposta:

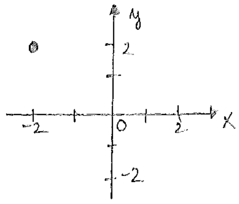
$x(ax+2) = 0$

$a = -1$ per esempio.

C

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = -2\,, \quad y = -x\}$.

Risposta:



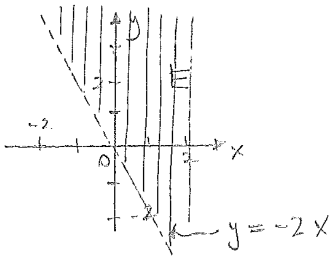
a6) Determinate il punto di intersezione della retta r di equazione $y + x + 3 = 0$ con l'asse x.

Risposta:

$\begin{cases} y = -x-3 \\ y = 0 \end{cases}$ $(-3,0)$

a7) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme E delle coppie $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $2x + y > 0$.

Risposta:



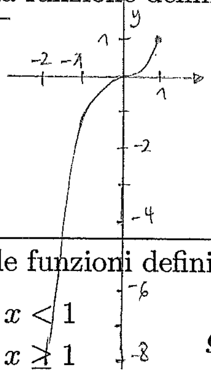
a8) Risolvete in $\mathbb{R}$ la seguente disequazione $\dfrac{x^2-4}{x^2+1} < 0$.

Risposta:

$]-2,2[$

a9) Sia $f : [-2,1] \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^3$. Determinate l'immagine di f.

Risposta:



$f([-2,1]) = [-8,1]$

a10) Siano $f\,, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{se } x < 1 \\ \sqrt{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \qquad g(x) = \frac{x^2}{2}\,.$$

Determinate $(f+g)(-2)$ e $(\dfrac{f}{g})(4)$.

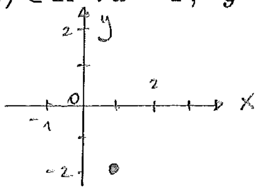
Risposta:

$(f+g)(-2) = f(-2) + g(-2) = -6-1+2 = -5$

$\left(\frac{f}{g}\right)(4) = \frac{f(4)}{g(4)} = \frac{\sqrt{4}}{8} = \frac{1}{4}$

a5) Rappresentate graficamente $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = 1 \,, \quad y = -2x\}$.

Risposta:



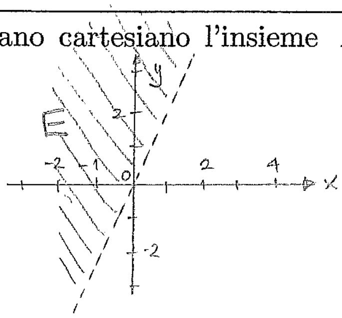
a6) Determinate il punto di intersezione della retta r di equazione $y + x - 4 = 0$ con l'asse y.

Risposta:

$\begin{cases} y = -x+4 \\ x = 0 \end{cases}$ $\qquad (0,4)$

a7) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme E delle coppie $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $-2x + y > 0$.

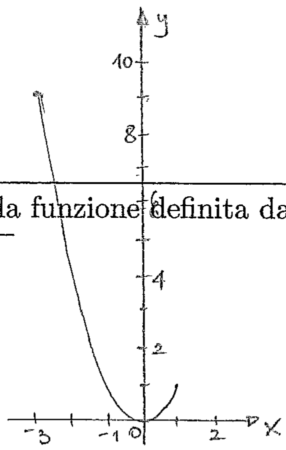
Risposta:



a8) Risolvete in $\mathbb{R}$ la seguente disequazione $\dfrac{x^3 - 1}{x^4 + 1} > 0$.

Risposta:

$]1, +\infty[$



a9) Sia $f : [-3, 1] \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^2$. Determinate l'immagine di f.

Risposta:

$f([-3,1]) = [0,9]$

a10) Siano $f\,, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 2 & \text{se } x < 1 \\ \sqrt{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \qquad g(x) = \frac{x}{2}.$$

Determinate $(f - g)(-3)$ e $(\frac{g}{f})(4)$.

Risposta:

$(f-g)(-3) = f(-3) - g(-3) = 11 + \frac{3}{2} = \frac{25}{2}$

$\left(\frac{g}{f}\right)(4) = \frac{g(4)}{f(4)} = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$.

FILA (D)

b1) $A =$ " $\forall x \in \mathbb{R}$, $\exists y \in \mathbb{Z}$: $y = x+2$ "

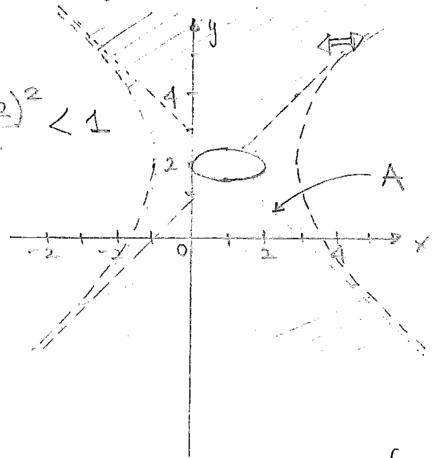
i) non $A =$ " $\exists x \in \mathbb{R}$: $\forall y \in \mathbb{Z}$, $y \neq x+2$ ". ☐

ii) non A è vero : infatti, basta prendere $x = \frac{1}{2}$ e si ha la tesi. ■

b2) $x^2 + 4y^2 - 2x - 16y + 16 \geq 0 \iff (x-1)^2 - 1 + 4(y-2)^2 - \cancel{16} + \cancel{16} \geq 0$

$\iff (x-1)^2 + \frac{(y-2)^2}{1/4} \geq 1$

$\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{4} < 1$

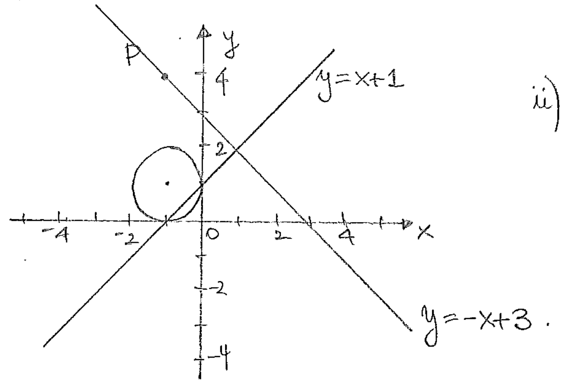


■

b3) i) $\begin{cases} y = x+1 \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} y = x+1 \\ (x+1)^2 + (x+\cancel{1}-\cancel{1})^2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} y = x+1 \\ 2x^2 + 2x = 0 \end{cases} \iff \underline{S_1 = (0,1)} \quad \underline{S_2 = (-1,0)}$.

iii)



ii) L'eq. della retta r' è

$y = 4 - (x+1)$,

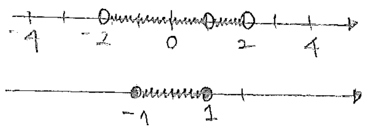
$\underline{y = -x+3}$

■

b4) $A = \{x \in \mathbb{R} : (x^2-4)(x-1)^2 < 0\} = \underline{]-2,2[\setminus \{1\}}$.

$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x^2+1} \geq \frac{1}{2}\right\} = \{x \in \mathbb{R} : x^2+1 \leq 2\}$

$= \underline{[-1,1]}$.

i) 

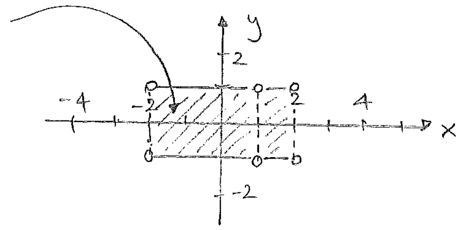
A — A non è un intervallo

B — B è un intervallo.

ii) $\underline{A \cup B =]-2,2[}$ $\qquad$ $\underline{A \setminus B =]-2,-1[\cup]1,2[}$.

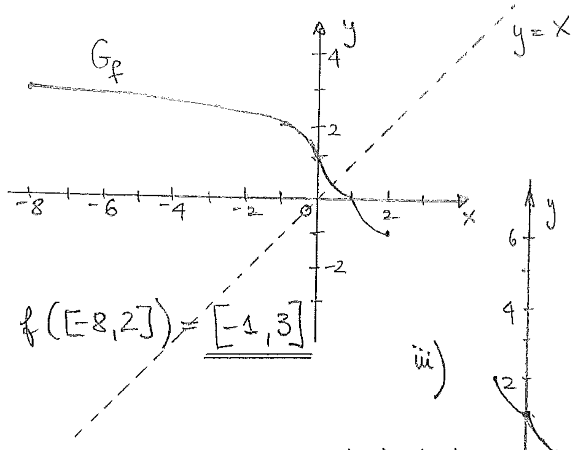
iii) A è limitato; $\underline{\min B = -1}$.

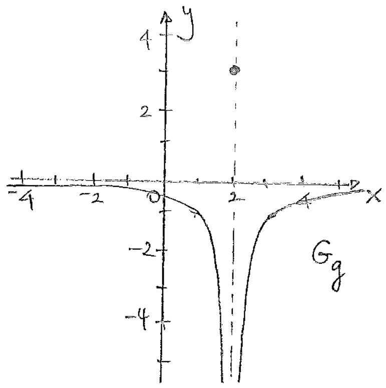
iii) $A \times B$



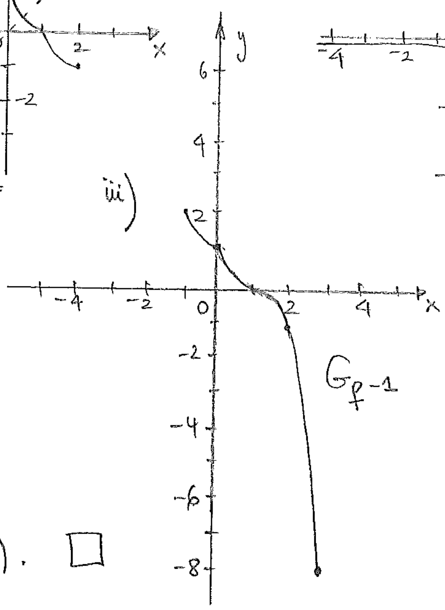
b5) $f : [-8,2] \to \mathbb{R}$, $\qquad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt[3]{x} + 1 & \text{se } -8 \le x \le 1 \\ -\sqrt{x-1} & \text{se } 1 < x \le 2 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{(x-2)^2} & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \{2\} \\ 3 & \text{se } x = 2. \end{cases}$$

i) 



ii) $f([-8,2]) = \underline{\underline{[-1,3]}}$

iii) 

iv) g non è iniettiva: basta prendere $x_1 = 1 \neq x_2 = 3$ e si ha $g(x_1) = g(x_2)$.

v)