

Università degli Studi di Trento - Dip. di Psicologia e Scienze Cognitive
CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva
VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA
a.a. 2014/15 - Rovereto, 22-26 settembre 2014 (N. 1)

1) a) $A: V V F F$
 $B: V F V F$

$A \wedge B: V F F F$
 $\text{non}(A \wedge B): \underline{F V V V}$

$\text{non} A: F F V V$
 $\text{non} B: F V F V$
 $(\text{non} A) \vee (\text{non} B): \underline{F F F V}$

le due proposizioni non sono equivalenti.



b) $A: V V V V F F F F$
 $B: V V F F V V F F$
 $C: V F V F V F V F$

$A \wedge B: V V F F F F F F$
 $(A \wedge B) \Rightarrow C: V F V V V V V V$
 $\text{non}[(A \wedge B) \Rightarrow C]: \underline{F V F F F F F F}$

$(A \wedge B) \wedge \text{non} C: F V F V F V F V$
 $(A \wedge B) \wedge (\text{non} C): \underline{F V F F F F F F}$

le due proposizioni sono equivalenti.



2) a) A = "Il corso di AM viene svolto al primo anno del CdL in STPC a Rovereto",

B = "La frequenza del corso di AM (del CdL in STPC a Rovereto) è fortemente consigliata".

La proposizione data si scrive in matematica come " $A \wedge B$ ". La sua negazione " $\text{non}(A \wedge B)$ " è equivalente a " $(\text{non} A) \vee (\text{non} B)$ " (in modo che la negazione colpisca il più internamente possibile). In italiano corrente la negazione diventa quindi "Il corso di AM non viene svolto al primo anno del CdL in STPC a Rovereto oppure la sua frequenza non è fortemente consigliata." 

b) A = "La studentessa Maria Rossi studia con grande impegno",

B = "La studentessa Maria Rossi supera l'esame di Analisi Matematica".

La proposizione data si scrive in matematica come " $A \Rightarrow B$ ". La sua negazione " $\text{non}(A \Rightarrow B)$ " è equivalente a " $A \wedge (\text{non} B)$ " (in modo che la

negazione compaia il più internamente possibile). In italiano corrente la negazione diventa quindi "La studentessa Maria Rossi studia con grande impegno e non supera l'esame di Analisi Matematica". $\square$

c) $A(x, y) =$ "Durante il primo semestre lo studente x del CdL in STPC frequenta il corso y previsto dal Manifesto degli Studi".

La proposizione data ricorre in matematiche come " $\forall x, \exists y : A(x, y)$ ".

La sua negazione "non $[\forall x, \exists y : A(x, y)]$ " è equivalente a

" $\exists x : \forall y, \text{ non } A(x, y)$ " (in modo che la negazione compaia il più

internamente possibile). In italiano corrente la negazione diventa quindi

"Durante il primo semestre c'è almeno uno studente del CdL in STPC

che non frequenta nessun corso previsto dal Manifesto degli Studi." $\square$

d) $A(x, y) =$ "Il corso x del CdL in STPC è frequentato dallo studente y ".

La proposizione data ricorre in matematiche come " $\exists x : \forall y, A(x, y)$ ".

La sua negazione "non $[\exists x : \forall y, A(x, y)]$ " è equivalente a " $\forall x, \exists y : \text{non } A(x, y)$ "

(così la negazione compaia il più internamente possibile). In italiano corrente

la negazione diventa quindi "Ogni corso del CdL in STPC non viene

frequentato da almeno uno studente." $\blacksquare$

3. i) " $\exists x : Q(x)$ " = "Nel 2013 almeno una scuola media di Trento ha
avuto 250 studenti iscritti";

" $\forall x, Q(x)$ " = "Nel 2013 tutti le scuole medie di Trento hanno
avuto 250 studenti iscritti";

" $Q(G. Pascoli)$ " = "Nel 2013 la scuola media G. Pascoli di Trento ha
avuto 250 studenti iscritti." $\square$

ii) " $\exists y : \forall x, P(x, y)$ " = "C'è almeno una rivista scientifica che si trova nella
biblioteca di tutti i dipartimenti dell'Università di Trento";

" $\forall x, \exists y : P(x,y)$ " = "Nella biblioteca di ogni dipartimento dell'Univ. di Trento c'è almeno una rivista scientifica";

" $\exists y : P(\text{Matematica}, y)$ " = "C'è almeno una rivista scientifica che si trova nella biblioteca del dipartimento di Matematica dell'Università di Trento".

I primi due enunciati non sono equivalenti!

Nel primo enunciato la rivista scientifica che si trova nella biblioteca di ogni dipartimento dell'Univ. di Trento è sempre la stessa; nel secondo enunciato la rivista scientifica può essere differente. $\square$

iii) " $\exists y : \forall x, \exists z : \text{non } A(x,y,z)$ " = "C'è almeno una città italiana in cui ogni libreria è aperta in almeno un giorno infossettimale".

" $\exists z : \forall x, y, A(x,y,z)$ " = "C'è almeno un giorno infossettimale in cui in ogni città italiana tutte le librerie sono chiuse".

" $\forall y, \exists x : A(x,y, \text{martedì})$ " = "In ogni città italiana c'è almeno una libreria che è chiusa il martedì". $\square$

4) a) $\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{Z}, x-y \leq 0$; (F): basta prendere $x=1, y=0$ e si ha che $x-y > 0$, provando che la negazione della proposizione data (che si scrive " $\exists x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{Z} : x-y > 0$ ") è vera;

b) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{Q} : 4x-2y=0$; (V): infatti, fissato un qualsiasi $x \in \mathbb{N}$ osserviamo che $4x-2y=0$ se e solo se $y=2x$. Poiché $y=2x \in \mathbb{Q}$, possiamo concludere che tale y è quanto ricercato. Per l'arbitrarietà di $x \in \mathbb{N}$ abbiamo concluso la dimostrazione;

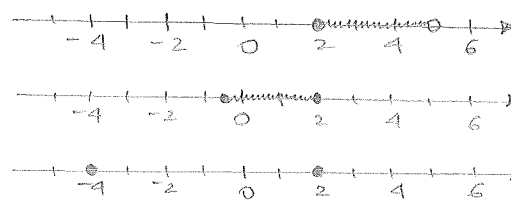
c) $\forall x \in \mathbb{R}, 1+x^2 > 1$; (F): basta provare che la sua negazione, che si scrive " $\exists x \in \mathbb{R} : 1+x^2 \leq 1$ " sia vera, e per questo basta prendere $x=0$;

d) $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{N} : (y+1)x \geq 0$; (F): basta provare che la sua negazione che risale " $\exists x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{N}, (y+1)x < 0$ " sia vera, e per questo basta prendere un qualsiasi $x \in \mathbb{Z}$, con x negativo. $\blacksquare$

5) a) $A = [2, 5[$

$B = \{x \in \mathbb{R} : (x-2)(2x+1) \leq 0\} = [-\frac{1}{2}, 2]$

$C = \{-4, 2\}$



$\text{shaded} = A$

$\text{shaded} = B$

$\bullet = C$



b) $-\frac{1}{2} \in C$ (F);

$\{-4\} \subseteq C$ (V);

$A \cap B = \{2\}$ (V);

$2 \subset A \cap B$ (F), è scorretta la scrittura! $\{2\} \subset A \cap B$ sarebbe stata una scrittura corretta, oppure $2 \in A \cap B$.

$-\frac{1}{2} \subset B$ (F), è scorretta la scrittura!

$-\frac{1}{2} \in B$ OK! oppure $\{-\frac{1}{2}\} \subset B$ OK!

$B \subseteq A$ (F), poiché $0 \in B$ (per esempio), ma $0 \notin A$.

$A \cap C \neq \emptyset$ (V), poiché $2 \in A \cap C$. $\blacksquare$