COGNOME ______________________

NOME ______________________

MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2014-2015 — ROVERETO, 24 - 28 NOVEMBRE - N. 10

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) i) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

a) $f(x) = -\dfrac{2}{x-3}$ nel punto $(1,1)$;

b) $g(x) = \sqrt[4]{x}$ nel punto $(1,1)$;

c) $h(x) = -x^2 + 4|x|$ nel punto $(-2,4)$.

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano ciascuna delle funzioni f, g ed h con la rispettiva retta tangente.

ii) Calcolate la pendenza della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni nei punti assegnati:

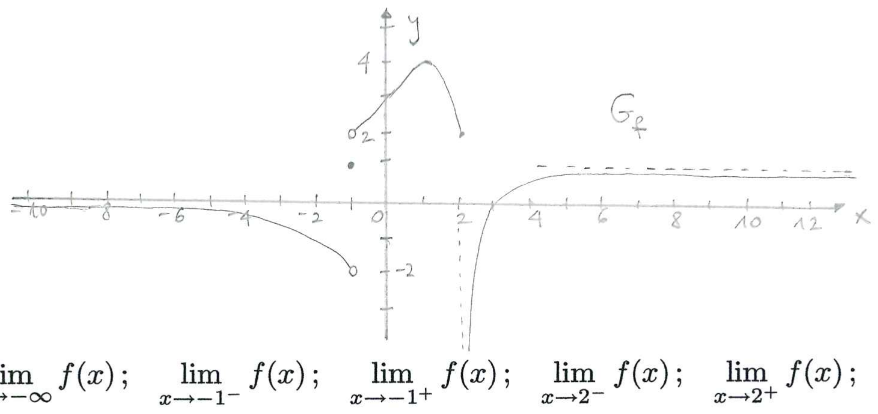
a) $f(x) = \sqrt{2x-1}$ nel punto $(1,1)$;

b) $g(x) = (3x+1)\log(x+e)$ nel punto $(0,1)$;

c) $h(x) = -\dfrac{4}{(4x+1)^2}$ nel punto $(0,-4)$.

---

2) Deducete dal grafico di f (vedi figura sotto)



i) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\to-1^-} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\to-1^+} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\to2^-} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\to2^+} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$;

ii) i punti di discontinuità di f;

iii) il segno della funzione f e rappresentatelo sulla retta reale;

iv) gli eventuali asintoti della f;

v) il segno della derivata f', dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale;

vi) i punti di massimo e di minimo locali di f su $[-1, 2]$. Essi sono punti, in cui si annulla la derivata prima?

---

3) i) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

a) $2x^3 + x^{-2}$; $\quad \dfrac{1}{2x^2} - 3x^4$; $\quad \dfrac{x^4}{x+3}$; $\quad \dfrac{\sqrt[3]{x}}{x^2+1}$;

b) $(x + 3\log x)(x^{-1} + 3^x)$; $\quad (x^{-3} + x^2)(e^x + x)$; $\quad (x^{-1/3} + \log_4 x)x^2$.

ii) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

$(3x + e^x)^6$; $\quad e^{-x^2+3x}$; $\quad (x^{-2} + x^3)^{-2}$; $\quad x\log(1 - x^2)$.

---

4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -2x & \text{se } x < 0 \\ -x^2 - 2x & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ x^2 - 4x & \text{se } x \geq 1\,. \end{cases}$$

i) Verificate che f è continua in $x = 0$ e in $x = 1$. Rappresentate graficamente f.

ii) Calcolate $\displaystyle\lim_{h\to 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\displaystyle\lim_{h\to 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x = 0$.

iii) Calcolate $\displaystyle\lim_{h\to 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ e $\displaystyle\lim_{h\to 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x = 1$.

iv) Determinate la funzione derivata f', dove esiste, e poi rappresentate il suo segno sulla retta reale.

---

5) Delle seguenti funzioni

$4x^3 + 3x^2$; $\quad \dfrac{x^2}{x-2}$; $\quad \dfrac{x-1}{x^2+2}$; $\quad \log\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$; $\quad (x+2)e^{-2x}$

i) determinate l'insieme di definizione;

ii) determinate il segno;

iii) studiate il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti);

iv) studiate la continuità;

v) calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata);

vi) studiate (eventualmente) la convessità o concavità;

vii) tracciate un grafico qualitativo.