COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI	B
NOME ______________	1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6	
MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋		

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2014-2015 — ROVERETO, 30 GENNAIO 2015

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

---

1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione:

$$\mathcal{A} = \text{"}\forall x \in \mathbb{Q}\,, \exists m \in \mathbb{Z} : mx \in \mathbb{N}\text{"}\,.$$

Dite quale delle due proposizioni è vera e quale è falsa.

ii) Risolvete in $\mathbb{R}$ la seguente disequazione $\dfrac{3^{x^2-1}\cdot 9^x}{3^{-2x+4}} \geq 1\,.$

---

2) i) Calcolate $\displaystyle\int_{-2}^{3} \big||x-2|-1\big|\,dx$ e $\displaystyle\lim_{x\to 0^-} \frac{\log(1+x^2)}{2x^4}\,.$

ii) Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ due funzioni definite da $f(x) = x^2+1$ e $g(x) = e^x + x$. Determinate $(f\circ g)'(2)$.

iii) Calcolate

a) $\displaystyle\sum_{m=1}^{4} \text{area}(C_m)\,,$ dove $C_m = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq \frac{1}{m^2}\}\,;$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{8} (-1)^n f(n)\,,$ dove $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{se } x<3 \\ 1 & \text{se } x \geq 3\,. \end{cases}$

---

3) Siano $f, g : \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ le funzioni definite da $f(x) = (1-x)|x+1|$ e $g(x) = \dfrac{1}{x^2+1}\,.$

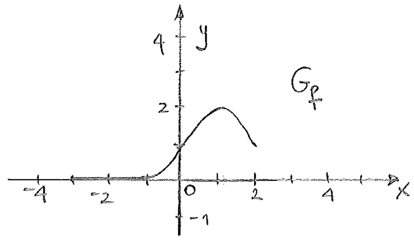
i) Rappresentate graficamente f e g.

ii) Determinate l'area della regione piana E delimitata dal grafico di f e dall'asse x.

iii) Determinate l'immagine di g. Calcolate $(fg)(0)$ e $(f\circ g)(1)$.

iv) Calcolate $\displaystyle\lim_{h\to 0^-} \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ e $\displaystyle\lim_{h\to 0^+} \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ e dite se f è derivabile in $x_0 = -1$.

4) Sia $f : [-3,2] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura



e sia $F : [-3,2] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-3}^{x} f(t)\, dt$.

i) Determinate gli intervalli di monotonia di F.

ii) Provate che $3 < \max\limits_{x\in[-3,2]} F(x) < 4$.

iii) Disegnate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F.

---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi del dominio, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{\log(3x)}{|x|}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di coordinata $x_0 = \dfrac{1}{3}$.

---

6) i) Determinate $a \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $f : [-1,3] \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} 3\left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } -1 \le x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 + a & \text{se } 0 \le x \le 3 \end{cases}$$

risulti continua su $\mathbb{R}$. Rappresentate poi graficamente tale funzione f.

ii) Fissato il valore $a \in \mathbb{R}$ determinato al punto i), determinate il massimo e il minimo (i punti di massimo e i punti di minimo) di f su $[-1,3]$.
