COGNOME ____________________

NOME ____________________

MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2014-2015 — ROVERETO, 16 DICEMBRE 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$x(2-|3-x|)\geq 0\,; \qquad \frac{3^x 81^x}{3^{-|x|}}\leq 3\,; \qquad \log_2(x+1)+\log_{\frac{1}{2}}(x-x^2)\geq 1\,.$$

2) i) Calcolate

$$\int_{-1}^{3}|x^2-4|\,dx\,; \qquad \int_1^2 \frac{x^3-\sqrt{x}}{2x}\,dx\,; \qquad \int_0^1 \frac{3x}{x^2+1}\,dx\,.$$

ii) Calcolate l'area della regione piana E delimitata dal grafico della funzione $f(x)=|\sqrt[3]{x}|$ e dalla funzione $g(x)=|x|$.

iii) Calcolate $\displaystyle\sum_{n=0}^{5} f(n!)$, dove $f(x)=\begin{cases} 2^x & \text{se } x<3 \\ \log x & \text{se } x\geq 3\,. \end{cases}$

3) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases} e^{3x}-1 & \text{se } x\leq 0 \\ \dfrac{2}{x}+1 & \text{se } 0<x<2 \\ -x^2+4x & \text{se } x\geq 2\,. \end{cases}$$

i) Calcolate $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\to 2^-} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$. Individuate gli eventuali asintoti di f.

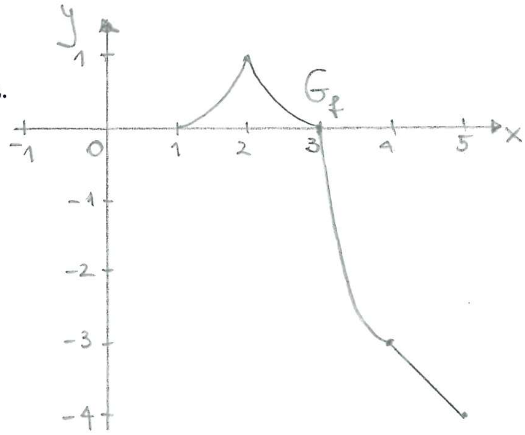
ii) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f.

iii) Determinate gli eventuali punti di discontinuità di f.

iv) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[1,4]$? Determinate l'eventuale massimo/minimo di f su $[1,4]$.

v) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto di coordinata $x_0=1$ e rappresentatela nello stesso sistema di riferimento della f.

4) Sia $f : [1, 5] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



Sia $F : [1, 5] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_1^x f(t)\, dt$.

a) Usando la definizione di F e l'interpretazione geometrica dell'integrale,
i) determinate gli intervalli di monotonia della funzione F.
ii) individuate i punti di massimo locale e i punti di minimo locale di F.
b) Provate che esiste $x_0 \in]3, 4[$ tale che $F(x_0) = 0$.

---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Determinate il dominio della funzione $g(x) = \log(f(x))$.
iii) Determinate, se esistono, gli zeri della funzione g.

---

6) Una vetrinista vuole esporre quattro vestiti tutti dello stesso tipo ma con quattro colori diversi. Disponendo però solo di un manichino fisso e di un manichino ancorato su una piattaforma ruotante, in quanti modi diversi può la vetrinista esporre i vestiti?

COGNOME ____________________	NON SCRIVERE QUI		B
NOME ____________________			
MATRICOLA └┴┴┴┴┴┴┘	1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6		

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2014-2015 — ROVERETO, 16 DICEMBRE 2014

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$x(2-|4-x|)<0\,; \qquad \frac{3^x 81^x}{3^{|x|}} \geq 3\,; \qquad \log_3(x-1)+\log_{\frac{1}{3}}(x+x^2) \leq 1\,.$$

2) i) Calcolate

$$\int_{-3}^{2} |x^2-4|\,dx\,; \qquad \int_1^2 \frac{x^4-\sqrt{x}}{2x}\,dx\,; \qquad \int_0^1 xe^{x^2-1}\,dx\,.$$

ii) Calcolate l'area della regione piana E delimitata dal grafico della funzione $f(x)=|\sqrt[3]{x}|$ e dalla funzione $g(x)=x^2$.

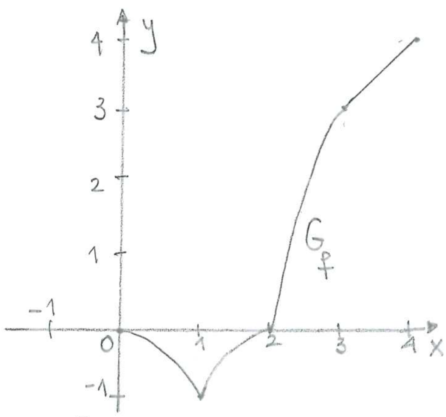
iii) Calcolate $\displaystyle\sum_{n=0}^{6} f(n!)$, dove $f(x)=\begin{cases} e^x & \text{se } x<3 \\ \log x & \text{se } x\geq 3\,. \end{cases}$

3) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases} -e^{3x}+1 & \text{se } x\leq 0 \\ \dfrac{2}{x}+1 & \text{se } 0<x<2 \\ -x^2+4x-3 & \text{se } x\geq 2\,. \end{cases}$$

i) Calcolate $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to 0^+} f(x)$; $\lim_{x\to 2^-} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. Individuate gli eventuali asintoti di f.
ii) Rappresentate nel piano cartesiano il grafico di f.
iii) Determinate gli eventuali punti di discontinuità di f.
iv) f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[1,4]$? Determinate l'eventuale massimo/minimo di f su $[1,4]$.
v) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto di coordinata $x_0=1$ e rappresentatela nello stesso sistema di riferimento della f.

4) Sia $f : [0,4] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.



Sia $F : [0,4] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_0^x f(t)\, dt$.

a) Usando la definizione di F e l'interpretazione geometrica dell'integrale,

i) determinate gli intervalli di monotonia della funzione F.

ii) individuate i punti di massimo locale e i punti di minimo locale di F.

b) Provate che esiste $x_0 \in]2,3[$ tale che $F(x_0) = 0$.

---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{2 - x^2}{x + 1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate il dominio della funzione $g(x) = \log(f(x))$.

iii) Determinate, se esistono, gli zeri della funzione g.

---

6) Una vetrinista vuole esporre sei vestiti tutti dello stesso tipo ma con sei colori diversi. Disponendo però solo di un manichino fisso e di un manichino ancorato su una piattaforma ruotante, in quanti modi diversi può la vetrinista esporre i vestiti?
