COGNOME ____________	NON SCRIVERE QUI	
NOME ____________	1 2 3 4 5 6	
MATRICOLA ⊔⊔⊔⊔⊔⊔		

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2014-2015 — ROVERETO, 17 - 21 NOVEMBRE - N. 9

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Sia $f :]-2, +\infty[\to \mathbb{R}$ una funzione. Scrivete una definizione rigorosa di

$$\lim_{x\to -2^+} f(x) = 3\,; \qquad \lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty\,.$$

---

2) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

a) $\displaystyle \lim_{x\to 1^-} (x^2-1)\,; \qquad \lim_{x\to 4^+} (\sqrt{x} + \log_2 x)\,; \qquad \lim_{x\to 1^+} \frac{1}{x^3-1}\,; \qquad \lim_{x\to 1^-} \frac{1}{x^3-1}\,;$

b) $\displaystyle \lim_{x\to -2^-} \frac{1}{4-x^2}\,; \qquad \lim_{x\to -2^+} \frac{1}{4-x^2}\,; \qquad \lim_{x\to 2^-} \frac{1}{|x|-2}\,; \qquad \lim_{x\to 2^+} \frac{1}{|x|-2}\,;$

c) $\displaystyle \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x+2x^2}\,; \qquad \lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x+2x^2}\,; \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{3x^3-2x}{4x-4x^3}\,; \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{x^3-2x}{1+x^4}\,.$

---

3) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{3}{(1+x)^2} & \text{se } x < -1 \\ x & \text{se } -1 \le x \le 1 \\ 2\log_{\frac{1}{3}} x + 1 & \text{se } x > 1\,. \end{cases}$$

i) Calcolate

$$\lim_{x\to -\infty} f(x)\,, \quad \lim_{x\to -1^-} f(x)\,, \quad \lim_{x\to -1^+} f(x)\,, \quad \lim_{x\to 1^-} f(x)\,, \quad \lim_{x\to 1^+} f(x) \ \text{ e } \ \lim_{x\to +\infty} f(x)\,.$$

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione f mettendo in evidenza sul grafico di f le coppie $(-4, f(-4))$, $(-2, f(-2))$, $(3, f(3))$ e $(9, f(9))$.

iii) Determinate i punti di discontinuità della funzione f.

iv) Determinate gli eventuali asintoti verticali e/o orizzontali di f.

---

4) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\displaystyle \lim_{x\to -\infty} \frac{x}{|x|+1}\,; \qquad \lim_{x\to -\infty} \frac{1-x^4}{x^3}\,; \qquad \lim_{x\to -\infty} \frac{4}{1-3^x}\,; \qquad \lim_{x\to -\infty} \frac{e^{-x}-1}{e^{-2x}}\,;$

ii) $\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2+2}{3\cdot 2^x - 2x^2}$; $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+2}{3\cdot 2^x - 2x^2}$; $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+2^x}{2\cdot 3^x - 2x^2}$; $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-3^x}{3\cdot 2^x - 2x^2}$;

iii) $\lim_{x\to 0^-} \frac{e^{4x}-1}{2x}$; $\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{-x}-1}{x}$; $\lim_{x\to 1^+} \frac{e^{x-1}-1}{x^2-1}$;

iv) $\lim_{x\to+\infty} \frac{\log(1+x^2)}{2x^2}$; $\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x^2)}{2x^2}$; $\lim_{x\to-\infty} \frac{\log(1+x^2)}{x^3}$; $\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{2x}-1}{e^{\log(2x)}}$.

---

5) i) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

a) $f(x) = \frac{1}{x^3}$ nel punto $(-1,-1)$;

b) $g(x) = \sqrt[3]{x}$ nel punto $(8,2)$;

c) $h(x) = \log x$ nel punto $(e,1)$.

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano ciascuna delle funzioni f , g ed h con la rispettiva retta tangente.

---

6) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano, nei rispettivi insieme di definizione, le funzioni

a) $f(x) = 2\sqrt{x+2}$;

b) $g(x) = |x^2 - 4x|$;

c) $h(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x+2)$.

ii) Usando l'interpretazione geometrica della derivata in un punto, determinate il segno della derivata di ciascuna funzione data in i) in $x=-1$ e $x=2$.
