COGNOME ____________________	NON SCRIVERE QUI
NOME ____________________	1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6
MATRICOLA ⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI PSICOLOGIA E SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2014-2015 — ROVERETO, 1 - 5 DICEMBRE - N. 11

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

a) $\dfrac{x^2+\log(2x)}{e^x}\,;\qquad \dfrac{e^{4x}}{\sqrt{2x}+1}\,;\qquad e^{x^2-2x}\,;\qquad (3x-4)^{-2}\,;$

b) $e^{(2x-1)^3}\,;\qquad (\log x^2-e^x)^3\,;\qquad \log(5x+2^x)^4\,.$

---

2) i) Determinate $a,b\in\mathbb{R}$ tali che la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=\begin{cases}2x^3+1 & \text{se } |x|\le 1\\ ax+b & \text{altrimenti}\end{cases}$$

risulti continua su $\mathbb{R}$. Rappresentate poi graficamente tale funzione f.

ii) Fissati $a,b\in\mathbb{R}$ determinati al punto i), calcolate

a) $\displaystyle\lim_{h\to 0^-}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ e $\displaystyle\lim_{h\to 0^+}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$, e dite se f è derivabile in $x=-1$;

b) $\displaystyle\lim_{h\to 0^-}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ e $\displaystyle\lim_{h\to 0^+}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$, e dite se f è derivabile in $x=1$.

---

3) i) Usate il simbolo di sommatoria per scrivere le seguenti somme:

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\cdots+\frac{1}{29}\,;\qquad a^2-\frac{a^4}{2}+\frac{a^6}{4}-\frac{a^8}{8}+\cdots+\frac{a^{18}}{256};$$

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{21}-\frac{1}{22}\,;\qquad \int_0^1 x^2\,dx+\int_1^2 x^3\,dx+\cdots+\int_{13}^{14} x^{15}\,dx\,.$$

ii) Calcolate

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{6}\text{perimetro}(R_n)$ e $\displaystyle\sum_{n=1}^{6}\text{area}(R_n)$, dove $R_n=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: |x|\le n\,, |y|\le 2n\}$;

b) $\displaystyle\sum_{j=1}^{4} f((-1)^j j)$, dove $f(x)=\begin{cases}-2 & \text{se } x\le 0\\ 1 & \text{se } x>0\,;\end{cases}$

c) $\displaystyle\sum_{m=0}^{40}(m^2-(m+1)^2)\,;$ $\qquad\displaystyle\sum_{k=0}^{3}\int_k^{k+1}\frac{x}{k+1}\,dx\,.$

---

4) Calcolate i seguenti integrali definiti interpretando gli integrali come aree:

$$\int_{-1}^{2}(-x+2)\,dx\,;\quad \int_{-1}^{3}(|x|+1)\,dx\,;\quad \int_{-1}^{3}(-|x+1|+3)\,dx\,;\quad \int_{-4}^{2}(-3)\,dx\,.$$

---

5) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i) $\displaystyle\int_1^2(x^4+3x)\,dx\,;$ $\qquad\displaystyle\int_{-2}^{-1}(e^x-\frac{2}{x})\,dx\,;$ $\qquad\displaystyle\int_0^1(\sqrt[3]{x}+\sqrt{x})\,dx\,;$

ii) $\displaystyle\int_1^2\frac{3x^2+4x^3}{x}\,dx\,;$ $\qquad\displaystyle\int_0^1(2^x-\frac{x^2-1}{x+1})\,dx\,;$ $\qquad\displaystyle\int_1^2(\frac{1}{x^3}-x^{-3})\,dx\,;$

iii) $\displaystyle\int_0^4\frac{3x}{x^2+1}\,dx\,;$ $\qquad\displaystyle\int_0^1 xe^{x^2+3}\,dx\,;$ $\qquad\displaystyle\int_0^1(3x-1)^4\,dx\,.$

---

6) i) Calcolate l'area della regione piana E delimitata

a) dal grafico di $f(x)=-x^2-x$ e dal grafico di $g(x)=2x-4\,;$

b) dal grafico di $f(x)=(x-1)^2-2$ e dalla retta di equazione $y=2\,;$

c) dal grafico di $f(x)=2\sqrt{x}$ e dal grafico di $g(x)=3^x-1\,.$

ii) a) Studiate la funzione $h(x)=(x+1)e^{2x}$ (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi del dominio, ...) e tracciatene un grafico qualitativo.

b) Provate che $H(x)=(\frac{x}{2}+\frac{1}{4})e^{2x}$ è una funzione primitiva di $h(x)$ su $\mathbb{R}$.

c) Calcolate $\displaystyle\int_0^1 h(x)\,dx\,.$
