

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <table style="display: inline-table; border: 1px solid black; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table>								<div style="text-align: center; font-weight: bold; margin-bottom: 10px;">NON SCRIVERE QUI</div> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 60px; vertical-align: top; text-align: center; font-size: 2em; margin: 0 auto;">A</td> </tr> </table> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">4</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">6</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">7</td> </tr> </table>	A	1	2	3	4	5	6	7
A																
1	2	3	4	5	6	7										

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
 CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI
 CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1
 A.A. 2014-2015 — TRENTO, 9 FEBBRAIO 2015

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

- 1) Determinate le soluzioni complesse (z, w) del seguente sistema

$$\begin{cases} w^2 + i\bar{w} + z - \bar{z} = 2Im(-1 + i) \\ |z|^2 - z^2 = 0. \end{cases}$$

- 2) Determinate per quali valori di $a, b \in \mathbb{R}$ la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \int_0^{x^2+2x} e^{t^2} dt + a(x-1) & \text{se } x \leq 0 \\ b(1 + \log(1+x)) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

risulti continua e derivabile su \mathbb{R} .

3) i) Calcolate $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 6e^x + 9} dx$.

ii) Determinate $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo che risulti convergente l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{x - \sin x}{[x^2(x+1)]^\alpha} dx$.

iii) Determinate l'insieme di convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^n}{2n^2 + 3} (\log x)^n$.

- 4) Usando gli sviluppi di Taylor calcolate il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x + e^{3x} - 9 \log(1+x) + 2x - 1}{2x^2}.$$

Verificate l'esattezza del risultato con l'uso del teorema di de l'Hopital.

- 5) Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -(\sin x)y + e^{\cos x} \\ y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

-
- 6) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, limiti, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \arctan\left(\frac{|x-1|}{x+2}\right)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui l'equazione $f(x) = k$ ha esattamente due soluzioni.
-

- 7) Enunciate e provate la formula della derivata del prodotto.
-

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <table style="display: inline-table; border: 1px solid black; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table>								<div style="text-align: center; font-weight: bold; margin-bottom: 10px;">NON SCRIVERE QUI</div> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 70%; border: 1px solid black; height: 60px; vertical-align: middle; text-align: center; font-size: 2em; font-weight: bold;">B</td> <td style="width: 30%; border: 1px solid black; height: 60px;"></td> </tr> </table>	B	
B										

UNIVERSITÀ DI TRENTO — DIP. DI INGEGNERIA E SCIENZA DELL'INFORMAZIONE
 CdL IN INFORMATICA - CdL IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI
 CdL IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE E GESTIONE D'IMPRESA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA 1
 A.A. 2014-2015 — TRENTO, 9 FEBBRAIO 2015

Compilate questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola.

Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della vostra prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti.

Potete usare solo il materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura (in particolare è vietato usare appunti, calcolatrici, foglietti ecc.). Non usate il colore rosso.

- 1) Determinate le soluzioni complesse (z, w) del seguente sistema

$$\begin{cases} z^2 + i\bar{z} + w - \bar{w} = 3Im(-1 + 2i) \\ |w|^2 - w^2 = 0. \end{cases}$$

- 2) Determinate per quali valori di $a, b \in \mathbb{R}$ la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} a(1 + \log(1 - x)) & \text{se } x < 0 \\ \int_0^{x^2+4x} e^{t^2} dt + b(x+1) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

risulti continua e derivabile su \mathbb{R} .

3) i) Calcolate $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 4e^x + 4} dx$.

ii) Determinate $\beta \in \mathbb{R}$ in modo che risulti convergente l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{x - \sin x}{[x^3(x+2)]^\beta} dx$.

iii) Determinate l'insieme di convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5n+3}{e^n} (\log x)^n$.

- 4) Usando gli sviluppi di Taylor calcolate il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4e^{5x} + \log(1 + 10x) - 4 \cos x - 30x}{5x^2}.$$

Verificate l'esattezza del risultato con l'uso del teorema di de l'Hopital.

- 5) Determinate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -(\cos x)y + e^{-\sin x} \\ y(0) = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

- 6) i) Studiate (dominio, simmetrie, segno, limiti, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e loro natura, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \arctan\left(\frac{|x+2|}{x-1}\right)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui l'equazione $f(x) = k$ ha esattamente due soluzioni.
-

- 7) Enunciate e provate il teorema di Torricelli-Barrow.
-